Orgaan van
de Nederlandse
Vereniging van
Wiskundeleraren

Vakblad
voor de
wiskundeleraar

64e jaargang
1988 | 1989
januari

Euclides 5

Wolters-Noordhoff

● Euclides ● ● ● ●

Redactie

Euclides is het orgaan van de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren. Het blad verschijnt 9 maal per cursusjaar.

Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren

Voorzitter Dr. Th. J. Korthagen, Torenlaan 12, 7231 CB Warnsveld, tel. 05750-2 34 17.
Secretaris Drs J. W. Maassen, Traviatastraat 132, 2555 VJ Den Haag.
Penningmeester en ledenadministratie F. F. J. Gaillard, Jorisstraat 43, 4834 VC Breda, tel. 076-65 32 18. Giro: 143917 t.n.v. Ned. Ver. v. Wiskundeleraren te Amsterdam.

De contributie bedraagt *f* 55,– per verenigingsjaar; studentleden en Belgische leden die ook lid zijn van de V.V.W.L. *f* 37,50; contributie zonder Euclides *f* 30,–. Adreswijziging en opgave van nieuwe leden (met vermelding van evt. gironummer) aan de penningmeester. Opzeggingen vóór 1 juli.

Inlichtingen over en opgave voor deelname aan de leesportefeuille (buitenlandse tijdschriften) aan F. M. W. Doove, Severij 5, 3155 BR Maasland. Giro: 1609994 t.n.v. NVvW leesportefeuille te Maasland.

Artikelen/mededelingen

Artikelen en mededelingen worden in drievoud ingewacht bij drs M. C. van Hoorn, Postbus 9025, 9703 LA Groningen. Zij dienen machinaal geschreven te zijn en bij voorkeur te voldoen aan:

- ruime marge
- regelafstand van 2
- 48 regels per kolom
- maximaal 47 aanslagen per regel
- liefst voorzien van (genummerde) illustraties
- die gescheiden zijn van de tekst
- aangeleverd in zo origineel mogelijke vorm
- waar nodig voorzien van bijschriften

De auteur van een geplaatst artikel ontvangt kosteloos 5 exemplaren van het nummer waarin het artikel is opgenomen.

Abonnementen niet-leden

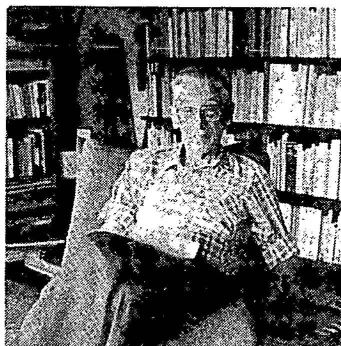
Abonnementsprijs voor niet-leden *f* 52,00. Een collectief abonnement (6 ex. of meer) kost per abonnement *f* 32,00. Niet-leden kunnen zich abonneren bij: Wolters-Noordhoff bv, afd. periodieken, Postbus 567, 9700 AN Groningen, tel. 050-22 68 86. Giro: 1308949. Abonnees wordt dringend verzocht te wachten met betalen tot zij een acceptgirokaart hebben ontvangen. Abonnementen gelden telkens vanaf het eerstvolgend nummer. Reeds verschenen nummers zijn op aanvraag leverbaar na vooruitbetaling van het verschuldigde bedrag. Annuleringen dienen minstens één maand voor het einde van de jaargang te worden doorgegeven. Losse nummers *f* 8,50 (alleen verkrijgbaar na vooruitbetaling).

Advertenties

Advertenties zenden aan:
Intermedia bv, Postbus 371, 2400 AJ Alphen a/d Rijn.
Tel. 01720-6 20 78/6 20 79. Telex 39731 (Samsy).

ISSN 01.65-0394

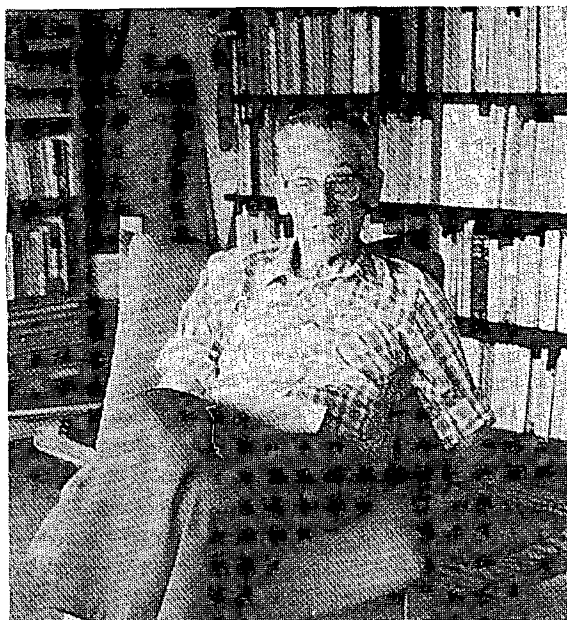
Inhoud



Piet!

▶ Piet!

Bert Zwaneveld



Piet Vredenduin 80 jaar of Piet Vredenduin verlaat de redactie van Euclides! Ik weet niet wat nu de belangrijkste reden van dit stukje is, vandaar die kortst mogelijke titel.

In Fred Goffree's 'Ik was wiskundeleraar' is Piet Vredenduin een van de geportretteerden. Ieder die van Piet zijn levensloop, activiteiten en opvattingen kennis wil nemen verwijs ik daarnaar. Dit stukje is 'slechts' bedoeld om aandacht te schenken aan het feit dat Piet Vredenduin na 32 (!) jaar aftreedt als redactielid en penningmeester van Euclides, een paar weken voor zijn tachtigste verjaardag. Ik neem overigens niet aan dat dit Piet zijn definitieve afscheid is van het kleine Nederlandse (en Vlaamse) wiskundewereldje, waarin hij heel wat langer dan die 32 jaar als een vis in het water heeft vertoefd.

Wat voor redactielid was Piet Vredenduin?
Ik geloof niet een geheim te verklappen, als ik schrijf dat Piet zich met veel bemoeide. Maar hij deed dat vooral indirect. Waren er eenmaal afspraken over de taken gemaakt (daar bemoeide hij zich natuurlijk ook mee), dan was voor hem de zaak af en liet hij het verder ogenschijnlijk rusten.

Hoe komt het toch dat ik schrijf: indirect en ogenschijnlijk?
Ik denk dat het hierdoor komt. Piet was (en is) een uitstekend wiskundige, logicus en leraar. Piet werd dus nogal eens geraadpleegd bij een aangeboden artikel ook omdat hij de nestor was. Want je wist zeker dat hij vanuit zijn vakkennis degelijk commentaar en bruikbare voorzetten tot verbetering zou geven. En zo ging het ook altijd. Per kerende post inhoudelijke opmerkingen en opbouwende (tenminste meestal) kritiek, waarbij hij altijd de betreffende auteur-in-spe in zijn of haar waarde liet.

Dit is slechts een kant van Piet zijn medaille. Er is een tweede die minstens zo belangrijk is. Die kant verklaart waarom ik schreef: indirect en ogenschijnlijk. Wat hij binnen de redactie deed, deed hij altijd op bescheiden wijze: Piet was maar een gewoon redactielid, de voorzitter (later hoofdredacteur) beslist, hoewel hij de gefundeerde argumenten voor zijn mening heus wel naar voren bracht. En als er wel eens iets tussendoor slipte waar hij het volstrekt niet mee eens was, dan zei hij dat wel even, maar onopvallend in de marge van de redactievergadering.
Kortom, integer, zo zou ik Piet willen karakteriseren.

Is er dan niets negatiefs over Piet te melden, vraagt de argeloze lezer of lezeres zich wellicht af?

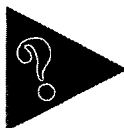
Natuurlijk wel! Bijna kan ik op dezelfde manier beginnen als aan het begin van dit stukje: Na 32 (!) jaar neemt Piet Vredenduin afscheid van de redactie van Euclides, en 32 jaar is natuurlijk wel heel lang. En in die 32 jaar schreef Piet heel veel artikelen over van alles en nog wat. En in al die korte en lange artikelen wist Piet altijd heel precies hoe het in elkaar zat.

Maar dat is toch juist positief!
Voor sommigen zeker, voor anderen geldt dat hij daardoor soms net iets te veel zijn deskundig stempel op Euclides heeft gedrukt. Wellicht menen zij zelfs dat hij dat iets te veel op de gehele ontwikkeling van het wiskunde-onderwijs in Nederland heeft gedaan. Men leze het interview met hem in "Ik was wiskundeleraar" er maar op na.

Zelf zal hij hierop zeggen (zo neem ik aan), dat hij dat allemaal (en het was niet weinig) deed omdat hij vond dat het nodig was. Hij was (en is) vol energie, had (en heeft) een grote vakkennis en vond (en vindt) dat hij de andere wiskundeleraren en -leraressen daarvan moest laten profiteren, zolang zijn gezondheid dat hem toestaat.

In die 32 jaar heeft Piet heel wat voorzitters van de redactie (later gingen zij zich wat pretentieus hoofdredacteur noemen, ik ben er zelf mee begonnen) meegemaakt. Ieder had zijn ideeën en idealen hoe Euclides het beste tijdschrift voor de didactiek van de wiskunde (en maandblad van de Vereniging) zou moeten worden. Hij remde die voorzitters (die naam prefereerde hij) nooit, voor zover ik me dat herinner en meegemaakt heb. Wel merkte hij fijntjes op dat de kwaliteit het uitgangspunt moest blijven. En dat betekende voor hem dat er eerst of ook iets over de wiskundige kant van een bepaalde zaak geschreven moest worden, alvorens op de didactische kant ervan in te gaan. En dan nam hij dat eerste graag voor zijn rekening, vaak ongevraagd. Daarbij zei hij natuurlijk en passant ook iets over het tweede. Wat je mening hier ook over is, hij schreef helder en onderhoudend vanuit zijn vakkennis als wiskundige, logicus en leraar (in deze volgorde?)

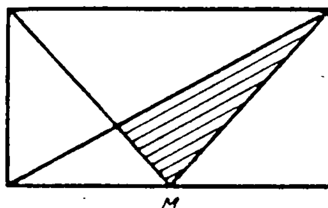
Piet! Het ga je nog heel lang, heel goed!



Denkopgaven

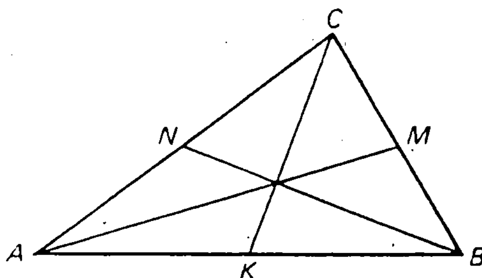
5a

Een rechthoek, één diagonaal en twee hoekpunten die verbonden zijn met hetzelfde midden van een zijde.
Het hoeveelste gedeelte van de rechthoek is gearceerd?



5b

Een driehoek ABC. $AB = 22$, $AC = 19$, $BC = 13$. De drie zwaartelijnen AM, BN en CK worden aaneengelegd en vormen aldus een nieuwe driehoek.
Is deze nieuwe driehoek rechthoekig?



▶ Een leraar in Boedapest

Belevenissen van een ICME-6-ganger, een aantal persoonlijke indrukken

Fred Hijzen

Over de organisatie

Na drie dagen reizen per auto van Noord-Spanje naar Boedapest was ik, moet ik bekennen, niet meer op alles voorbereid. Ik wist hoeveel congresgangers er zouden zijn (ongeveer 2500), maar had niet verwacht het grootste deel ook werkelijk aan te treffen in de grote hal van de Technische Universiteit van Boedapest, de dinsdagmiddag voor de eerste congresdag. Althans, niet wachtend in 20 nagegoeg bewegingsloze rijen ten einde geregistreerd te worden (jawel, je voelt het al: per computer), op zoek naar enige informatie over verblijfsaccommodatie of zomaar met of zonder duidelijk doel krioelend door de hal.
De bange voorgevoelens over de rest van de organisatie werden gelukkig niet bewaarheid – de meeste aangegeven plaatsen en tijden van lezingen en andere bijeenkomsten klopten – hoewel ik natuurlijk voornamelijk slechts uit eigen ervaring kan spreken. De receptie op woensdag zou je zelfs een schril contrast kunnen noemen met de chaos van dinsdag. De ontvangst vond plaats in de 'National Art Gallery', een indrukwekkend gebouw, op enige hoogte gelegen, met een magnifiek uitzicht op de Donau en Pest in de late middagzon. De op vier verdiepingen uitgestalde lekkernijen (voor de plm. 3000 bezoekers), en de muziekstukken ten gehore gebracht door het symfonieorkest van de 'Bartók Music Highschool' vervolmaakten het geheel. En als honderden mensen luid pratend langs het musiceren heen lopen op zoek naar eten en drinken, dan kan dit de organisatie moeilijk verweten worden...
En een betere locatie voor het congres zelf dan de oude Technische Universiteit met omliggende gebouwen zal wel niet beschikbaar geweest zijn, maar voor de van airconditioning verstoken collegezaaltjes zat de temperatuur, die af en toe tegen de 40° opliep, niet mee.

Over de vorm

Het ICME[1] dat eens in de vier jaar gehouden wordt (in 1992 is Quebec aan de beurt) en dat een week duurt, kent zeer veel verschillende onderwerpen. De keuze die je maakt, afgaande op een onderwerp dat je interesseert of een naam die je kent, blijft enigszins willekeurig. Zo is het me overkomen dat een Franse presentatie over het gebruik van het medium film in het wiskundeonderwijs (in bloedstollend Engels) dermate beroerd was, dat het mijn Engelse buurman de opmerking ontlokte dat de voordracht beter op film had kunnen worden vastgelegd en dat na een uur, toen ik het ook maar opgaf, het gehoor tot een handjevol geïnteresseerden was teruggelopen. Maar een ander, daarentegen, weet zelfs in het moderne, van airconditioning voorziene Congrescentrum een uur een plenaire bijeenkomst te boeien. In het algemeen heeft het me verbaasd hoe weinig aandacht men op dit onderwijscongres besteedt aan het tijdens voordrachten feitelijk overbrengen van ideeën, dit voor wat betreft de opbouw van een verhaal, het overwinnen van de taalproblemen en het gebruik van visuele middelen (onleesbare sheets).
Op het gevaar af erg fragmentarisch te worden, wil ik bovenbedoelde voordracht in het Congrescentrum nog even vermelden. De genodigde spreker was de Russische professor A. Ershov die een lezing hield met de titel 'Computerization of Schools and Mathematical Education'. De problemen met computers in de klas blijken in de Sovjetunie al niet

veel anders te zijn dan bij ons. Maar een saillant onderdeel van zijn betoog was dat er in deze 'Gorbatsjov-tijd' al veel bereikt was wat de modernisering en computerisering van het wiskundeonderwijs betreft, terwijl de periode Brezjnev stilstand en achteruitgang te zien had gegeven. Het was werkelijk opvallend hoe fulminerend Ershov sprak over de voor het onderwijs verantwoordelijk politici ten tijde van Brezjnev. Hij maakte duidelijk dat er sinds de komst van Gorbatsjov ook onder de wetenschappers enig optimisme heerst. Het was een gloedvol betoog, begeleid door duidelijke sheets en dia's en zelfs opgesierd met voor zijn betoog gemaakte artistieke illustraties. Over contrasten gesproken...

Het beroep van leraar[2]

Donderdag-, vrijdag-, maandag- en dinsdagmiddag heb ik mij geschaard onder de mensen die het thema 'the profession of teaching' hadden gekozen. De behandeling van dit onderwerp, waarbij zoveel mogelijk aspecten van het beroep van wiskundeleraar aan de orde moesten komen, was opgedeeld in de volgende subgroepen:

1 in-service education
2 the effective teaching of mathematics
3 the professionalism and social demands on teachers
4 the evaluation of teachers and teaching
5 teachers and pupils in the classroom

Nummer 3, waarvoor ik gekozen had, bleek door de afwezigheid van één van de discussieleiders te worden samengevoegd met nummer 4. Verschillende sprekers vertelden hoe het er (vooral wat de opleiding en de stages betreft) in hun land aan toe ging. Eigenlijk nogal technische verhalen die niet heel veel stof tot discussie gaven. De eerste wat heftiger discussie ontstond vrijdagmiddag na het betoog van John Egsgard, een wiskundeleraar uit Canada. Hij had lang nagedacht over wat nu eigenlijk goed lesgeven betekent, over wat 'goede' en 'slechte' leraren eigenlijk zijn. Dit had geresulteerd in een lijst vragen waarvan de antwoorden, als de lijst door een leraar was ingevuld, zouden laten zien of we hier met een goede dan wel slechte leraar te maken hadden. Zijn 'check list' zag er als volgt uit:

1. Do the students enjoy mathematics?
2. Do the students feel positive about mathematics?
3. Do the students feel positive about themselves in their learning of mathematics?
4. Do the students feel any anxiety about mathematics
5. Are the students learning mathematics?
6. Examine the attitude of the students regarding their mathematics teacher. Do the students love their teacher? Do they respect their teacher? Are they antagonistic towards their teacher?
7. Examine the attitude of the teacher regarding the teacher's pupils? Does the teacher love the students. Does the teacher respect the students. Is the teacher antagonistic towards them?
8. How does the teacher handle a student who is not prepared for the mathematics being offered?
9. Is the teacher ever sarcastic?
10. Is the teacher available for help outside class as well as inside the classroom?
11. Does the teacher expect the pupils to be successful?
12. Is the teacher's classroom a good place to be?
13. How much of each class time is taken up by the teacher asking questions. By the teacher lecturing? By the students asking and answering questions?
14. Does the teacher have a plan of material to be taught for the next week, the next month, the whole term?
15. What use does the teacher make of computers in the classroom?
16. What use does the teacher make of other instructional aids in the classroom?
17. Does the teacher belong to any professional mathematics organization?
18. Does the teacher subscribe to and regularily read professional mathematis teachers' journals?
19. What is the mathematical background of the teacher?
20. Does the teacher continue to study mathematics?

Egsgard zag de idealen voor zich. Wiskundeleraren zouden de lijst gebruiken voor zelf-evaluatie. Schoolleiders zouden de lijst voorleggen aan hun wiskunde-docenten, de antwoorden met hen doornemen, kijken waar de ontwikkeling van de docent een stimulans behoefde of, als de lijst echt verkeerd was ingevuld, de docent adviseren naar een ander beroep uit te kijken.
Zacht uitgedrukt kreeg Egsgard niet veel bijval. 'De lijst is niet volledig'. 'Niemand beantwoordt de vragen eerlijk, controle is niet mogelijk'. 'De "goede" leraren zullen veel meer geneigd zijn de lijst in te vullen dan de "slechte". 'Ik ken zeer goede leraren die vraag 20 met nee zouden beantwoorden'. Enzovoort.
Maandag – de zesde congresdag – gaf wat voordrachten betreft hetzelfde beeld te zien als de voorgaande dagen. Er was onder andere een lerarenopleider uit Texas, die vertelde over het trieste niveau van de gemiddelde wiskundedocent. Regelingen van hogerhand met het doel zoveel mogelijk mensen voor de klas te krijgen die wiskunde konden geven stonden haaks op zijn streven het wiskundig niveau wat op te krikken. Door dit verhaal en andere bijdragen beperkte de discussie zich voornamelijk tot de wiskundige en didactische bagage die de leraar in spe moest worden meegegeven.
Ik heb toen, op die maandagmiddag, te berde gebracht dat de besproken materie natuurlijk belangrijk is – een bepaald wiskundig niveau is een noodzakelijke voorwaarde, besteed zorg aan didactiek – maar dat er zoveel andere factoren zijn die bepalen of iemand zijn leraarsberoep tot zijn eigen tevredenheid en die van anderen uitoefent. Egsgard had dan misschien een onvoldoende gekregen voor de concretisering van zijn ideeën – ik vat mijn eigen woorden maar even kort samen – maar de problematiek die eraan tengrondslag ligt vind ik minstens even interessant als hij. De opleider uit Texas vertelde verhalen over 'eerstegraads'-wiskundedocenten die niet onmiddellijk zouden weten hoe de abc-formule moet worden afgeleid. Inderdaad, heel triest. Maar het met succes afsluiten van een degelijke wiskundestudie inclusief de aantekening pedagogiek-didactiek is geen garantie voor een goed leraarschap. Hoewel ik deze mening al in het begin van mijn onderwijsloopbaan was toegedaan is deze na zo'n 10 jaar ervaring danig versterkt. Als mede-auteur van een wiskundemethode zal ik de laatste zijn die het belang van een goede didactiek zou willen ontkennen. Maar er is meer. Wanneer heeft iemand doorgaans een goede sfeer in de klas, wanneer klampt hij zich niet vast aan een boek met zoveel mogelijk sommen, wanneer heeft iemand de moed de wiskunde uit de krant te halen, wanneer is hij ook buiten de lessen actief op een school, enz., enz.? Deze vragen hebben betrekking op iemands persoonlijkheid, hebben te maken met zelfvertrouwen.
Ik wil in dit verband nog eens een onderzoekje aanhalen van het PDI te Utrecht[3] uit 1973. Aan 314 studenten werden vragen gesteld over het schoolpracticum waaraan zij hadden deelgenomen; 10 items moesten naar mate van belangrijkheid worden gerangschikt:

1. uitwisselen van nieuwe ideeën
2. de theorie in praktijk toepassen
3. het verkrijgen van meer zelfkennis
4. het opbouwen van een goede leraar-leerling-relatie
5. het opdoen van praktische ervaring op school
6. de gelegenheid opgenomen te worden in de schoolgemeenschap
7. het verkrijgen van zelfvertrouwen
8. het leren organiseren
9. het leren aanpassen aan de schoolsituatie
10. het onderzoeken van de persoonlijke bekwaamheid voor het beroep van leraar

De items zijn verschillend van aard, de items 3, 7 en 10 zou je 'existentieel' kunnen noemen. Het bleek dat de 'existentiële' items significant hoger werden geplaatst dan de 'niet-existentiële'.
De motieven van meneer Egsgard en mij zijn duidelijk: voorkom de bekende onderwijsdrama's (die kennelijk overal ter wereld plaatsvinden), voorkom dat mensen lang voor hun vijftigste in het onderwijs zijn 'opgebrand', zorg, grof gezegd, dat mensen niet het verkeerde beroep kiezen of tegen beter weten in volhouden. Maar... hoe? De materie is complex, heeft allerlei sociologische en psychologische vertakkingen en begrippen als persoonlijkheid, kracht, moed, zelfvertrouwen gebruik ik hier niet nader gedefinieerd. Binnen het kader van dit artikel

past slechts het aanwijzen van enkele tegenstrijdigheden die de complexiteit aantonen. Eén is al genoemd: iemand die slecht functioneert heeft in het algemeen geen enkele behoefte aan een lijst kritische vragen. Een andere: iemand die de kracht, de moed en het overzicht heeft zijn eigen zwakheden, beperkingen en grenzen te kennen zal in het algemeen niet slecht functioneren.
De discussie die volgde op mijn bijdrage was bijzonder levendig, helaas kort voor het sluiten van de betreffende zitting.

Zingeving

Een interessante slotvraag van de overigens goed leidende voorzitter van mijn subgroep (prof. Peggy A. House, USA), gesteld aan de onderwijsgevenden in de zaal, was, of ervaringen opgedaan op het congres enige invloed zouden hebben op onze lessen, het komende jaar. Het antwoord luidde in het algemeen ontkennend. Voor mij geldt dat ik voordrachten en discussies in het algemeen hoger waardeerde naarmate ze dichter bij de praktijk van het lesgeven stonden. Eigenlijk werden de discussies in mijn subgroep pas interessant op het moment dat ze afgebroken werden, toen men niet meer van het zorgvuldig voorbereide papier voorlas en zeer concrete zaken besprak. Dat de afstand tot de dagelijkse werkelijkheid van mijn beroep bij de meeste sprekers erg groot was, werd niet in de laatste plaats veroorzaakt door het uiterst lage percentage onderwijsgevenden dat op het congres aanwezig was. (Is de belangrijkste reden daarvoor niet tevens de banaalste: de financiële? Een eenvoudige docent – en dat geldt ook voor de buitenlanders voor zover ik ze gesproken heb – kan hoogstens rekenen op een fiscale tegemoetkoming.)
Het was interessant om een ICME eens meegemaakt te hebben. Niettemin kun je vraagtekens zetten bij de zin van het congres als de deelname van de beroepsgroep waarover het congres gaat zo minimaal is. Een uitzondering in dit verband moet gemaakt worden voor de Australische delegatie. Met gepaste trots meldde mij één van de Australiërs die zich voor integratie had ingezet dat de helft van de Australische delegatie uit docenten bestond. Dat kan van de Nederlandse afvaardiging niet gezegd worden. Ik ken niet iedereen persoonlijk of van naam, maar ik ben in Boedapest slechts één andere Nederlandse wiskundeleraar tegengekomen. De vraag zou mij, als ik lerarenopleider, medewerker van een pedagogisch-didactisch instituut of anderszins een niet-onderwijsgevende ICME-deelnemer zou zijn, toch intrigeren: moet het circuit zoals dat op het congres aanwezig is zo min of meer afgesloten blijven functioneren, of zou je voortdurend voor meer integratie van de 'gewone' docent moeten ijveren?

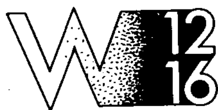
Noten

1. I.C.M.E. = International Congress on Mathematical Education.
2. Telkens m/v.
3. G. Vis e.a. Doelstellingenonderzoek schoolpraktikum; P.D.I., R.U. Utrecht, 1974.

Over de auteur:

Fred Hijzen werd geboren op 17-7-'51 te Den Haag. In '70 naar Utrecht gekomen. MO-A in '73. '73-'74: lesgegeven op categorale Mavo te Hilversum. '74-'79: MO-B en Conservatorium (gitaar), beide in Utrecht.
Naast muzikale activiteiten, sinds '80 verbonden aan de scholengemeenschap 'De Amersfoortse Berg" in Amersfoort. Meegeschreven aan de onderbouwdelen en het 4-Mavo-deel van Exact-wiskunde.

▶ Kolom 6



George Schoemaker

Het team is nu bijna anderhalf jaar bezig. Ik schrijf deze kolom eind december 1988. Dat verklaart de sfeer van dit stukje: terugblikken. Wat gaat goed en waar vallen er gaten?
Het eerste jaar leek gereserveerd om een samenwerking van een zeer divers team op te zetten. Maar van meet af aan waren er actuele zaken die altijd voorrang claimen op langere termijndenken over de besteding van man- en vrouwjaren.
Ook het werk aan de experimenteerscholen eiste directe aandacht, men vroeg terecht om uitspraken over de keuze van de leerstof voor de tweede klassen in verband met hun examen in 1990. Inmiddels zijn dat derde klassen geworden. Er moet een sommenbank komen met toetsopgaven voor klas 3 en 4. Er is een overleggroepje van docenten van A-scholen en een paar leden van het team. Deze groep bewaakt dat de drie scholen een vergelijkbare voorbereiding doen op het examen in '90, maar ook dat er een samenhangend geheel is van nieuwe en oude stof. Hier moeten knopen worden doorgehakt, plannen gemaakt over bij voorbeeld de inrichting van het schoolonderzoek in '89/'90. De docenten van de A-scholen doen hier het leeuwendeel van het werk. Het team moet allereerst zorgen voor nieuwe spullen in klas drie, want juist daar is behoefte aan goeie voorbeelden van waar we naar toe willen. Maar nieuwe spullen voor klas drie betekent dat je eerst een beeld moet hebben van de grote lijnen. Maar grote lijnen kun je niet aangegeven als je geen duidelijke voorbeelden hebt. In ieder geval niet 'leuke' pakketjes maken omdat iemand weer zo'n aardig idee heeft, maar ontwerpen voor de knooppunten in een lijnenplan.
Ik geef nu een paar voorbeelden van spullen in ontwikkeling: Het pakket 'op de rand', waarin getracht wordt gestalte te geven aan ideeën over wiskunde-onderwijs waarin verschillende groepen leerlingen aangesproken worden door middel van contexten die moeten leiden tot meetkundig inzicht en redeneren. Een pakket rekenen met docentenhandleiding is al klaar. Er moeten er meer volgen, want we willen veel meer expliciet aan rekenen doen in het wiskundeprogramma. Er staat een algebrapakket op stapel waarin gepoogd wordt de computer te gebruiken bij de ontwikkeling van het begrip variabele. Er is een meetkundepakket klaar voor de bovenbouw. In de maak: twee pakketten over 'informatie en modelllen' en een pakket 'het weer', bedoeld als voorbeeld van wiskunde in een geïntegreerde vorm.
Allemaal leuk en aardig, maar deze spullen hadden we al een half jaar geleden klaar moeten hebben om de experimenten in de derde klassen te kunnen spreiden. Dat betekent schrijven met de rug tegen de muur en voor de docenten onderwijzen onder druk.
Over de grote lijnen zijn we tegelijkertijd bezig. We leggen dat vast in een raamplan. Opvolgende versies van dit plan worden in de COW en inmiddels ook op de VALO-conferentie ter discussie gesteld. In het raamplan in aanbouw staat hoe ver we nu zijn. Het raamplan bevat nog grote gaten. We hebben de neiging kunnen onderdrukken die te camoufleren. Ik kan niet anders zeggen dan dat COW en VALO-conferentiegangers daar uiterst constructief op gereageerd hebben. In het voorjaar van 1989 moet de COW een uitspraak doen over het dan voorliggende raamplan.
Het is bemoedigend te ervaren dat het mogelijk is in discussie te gaan met vertegenwoordigers van het wiskunde-onderwijs, waarbij men accepteert dat je niet verder bent dan je bent. Ik ken geen land ter wereld waar een infrastructuur bestaat die het mogelijk maakt dat zowel docenten als auteurs, lerarenopleiders en wiskundigen in een vroeg stadium betrokken zijn in nieuwe ontwikkelingen van het wiskundeonderwijs en waar je kunt schrijven dat er gaten vallen in de produktie en gaten zitten in je raamplan.

▶ Oplossingen XXVIIIe Internationale Wiskunde Olympiade 1987

J. G. M. Donkers

Voor de opgaven zie Euclides 63-4, bladz. 110-111.

Opgave 1
We merken het volgende op:

(1) $\sum_{k=0}^{n} p_n(k) = n!$ voor alle n

(2) uit $p_n(k) = p_{n-k}(0)\begin{bmatrix} n \\ k \end{bmatrix}$ en ook $p_{n-1}(k-1) = p_{n-k}(0)\begin{bmatrix} n-1 \\ k-1 \end{bmatrix}$ volgt:
$p_n(k) = p_{n-1}(k-1)\frac{n}{k}$.

Nu is gemakkelijk in te zien dat:

$$\sum_{k=0}^{n} k\, p_n(k) = \sum_{k=1}^{n} n\, p_{n-1}(k-1) = $$
$$= n \sum_{k=0}^{n-1} p_{n-1}(k) = $$
$$= n.\,(n-1)! = n!.$$

Opgave 2
Als $AB \neq AC$, dan volgt uit het gegeven dat $\triangle ABC$ scherphoekig is, dat de omgeschreven cirkel van koordenvierhoek $AKLM$ met het lijnstuk BC behalve L nog een snijpunt heeft. Noem dit snijpunt P. (zie fig. 1.)
Omdat $APLM$ koordenvierhoek is, geldt:

$$\angle LPM = \angle LAM = \tfrac{1}{2}\alpha$$

Omdat $ABNC$ koordenvierhoek is, geldt:

$$\angle NCB = \angle NAB = \tfrac{1}{2}\alpha$$

dus

$$\angle LPM = \angle NCB;\ \therefore\ PM // NC.$$

Evenzo geldt:

$$\angle LPK = 180° - \tfrac{1}{2}\alpha \text{ (cirkel door } A, L, P \text{ en } K)$$

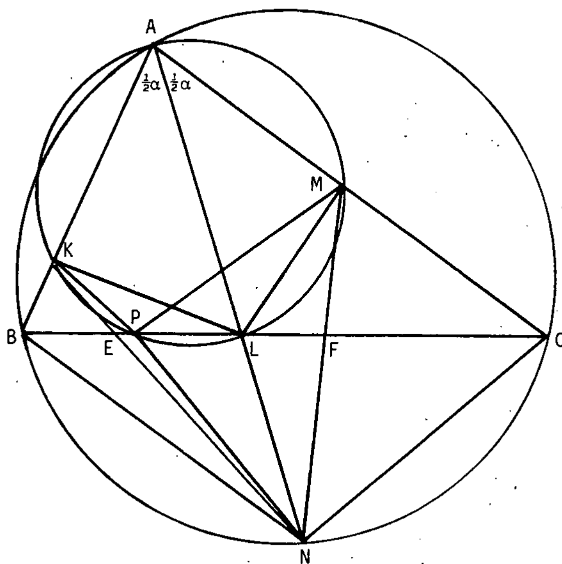
en

$$\angle CBN = \tfrac{1}{2}\alpha \text{ (cirkel door } A, B, N \text{ en } C)$$

dus

$$\angle CBN + \angle LPK = 180°;\ \therefore\ PK // BN.$$

De vierhoeken $PKBN$ en $PMCN$ zijn dus trapezia.
Dan geldt:



figuur 1

opp. $\triangle PEN$ = opp. $\triangle KEB$

en

opp. $\triangle PFN$ = opp. $\triangle MFC$

Gevolg:

opp. $\square AKNM$ = opp. $\triangle ABC$.

Opm.: Indien $AB = AC$ vallen P en L samen. Ook dan zijn $PKBN$ en $PMCN$ trapezia zoals gemakkelijk is in te zien.

Opgave 3

Notatie:

$\underline{x} = (x_1, x_2, \ldots, x_n)$, $\underline{a} = (a_1, a_2, \ldots, a_n)$,
$\underline{1} = (1, 1, \ldots, 1)$

$(\underline{a}, \underline{x}) = \sum_{i=1}^{n} a_i\, x_i$, $\|\underline{x}\|^2 = (\underline{x}, \underline{x})$.

Volgens Cauchy-Schwarz:
$|x_1 + x_2 + \ldots + x_n| = |(\underline{x}, \underline{1})| \leq \|\underline{x}\| \cdot \|\underline{1}\| = 1 \cdot \sqrt{n}$,
met gelijkheid alleen als $x_1 = x_2 = \ldots = x_n$.
We mogen veronderstellen dat $x_i \geq 0$, immers anders kiezen we $-a_i$ als coëfficient voor x_i i.p.v. a_i.
Stel $\underline{b} = (b_1, \ldots, b_n)$ met b_i geheel en $0 \leq b_i \leq k - 1$, dan $0 \leq (\underline{b}, \underline{x}) \leq (k-1)\sqrt{n}$. ..... (*)
Er zijn k^n verschillende vectoren $\underline{b}$ die aan (*) voldoen. Verdeel het interval $[0, (k-1)\sqrt{n}]$ in $k^n - 1$ gelijke stukken, dan zijn er dus twee verschillende vectoren $\underline{b}$ en $\underline{b}'$ zodat:

$$|(\underline{b}, \underline{x}) - (\underline{b}', \underline{x})| \leq \frac{(k-1)\sqrt{n}}{k^n - 1}.$$

Voor $\underline{a} = \underline{b} - \underline{b}'$ geldt dan:

$\underline{a} \neq \underline{0}$, a_i geheel, $|a_i| \leq k - 1$ en

$$\left|\sum_{i=1}^{n} a_i x_i\right| = |(\underline{a}, \underline{x})| \leq \frac{(k-1\sqrt{n}}{k^n - 1}.$$

Opm.: Er geldt zelfs dat er altijd een $\underline{a}$ te vinden is waarvoor $|(\underline{a}, \underline{x})| < \frac{(k-1)\sqrt{n}}{k^n - 1}$, omdat we in het geval $x_1 = x_2 = \ldots = x_n$, dat wil zeggen in het extremale geval, $\underline{a} = (1, -1, 0 \ldots, 0)$ kunnen nemen.

Opgave 4

Stel er bestaat wel een functie f: $\mathbb{N} \to \mathbb{N}$ waarvoor

$$f^2(n) = f(f(n)) = n + 1987 \text{ voor alle } n \in \mathbb{N}.$$

We merken eerst op dat f^2 injectief is, en f dus ook, en dat

$$f^{2k}(n) = n + k.\ 1987 \text{ voor alle } k \in \mathbb{N}.$$

Laat voor $a \in \mathbb{N}$, $b \in \mathbb{N}$ gelden $a \equiv b$ mod 1987. We zullen laten zien dat dan ook geldt $f(a) \equiv f(b)$ mod 1987. Het is geen beperking $a \geq b$ te veronderstellen, d.w.z. $a = b + k.\ 1987$ voor zekere $k \in \mathbb{N}$. en dan:

$$f(a) = f(b + k.1987) = f(f^{2k}(b)) = f^{2k}(f(b)) = \\ = f(b) + k.1987$$

f legt dus een functie $\bar{f}$ vast op de klassen mod 1987 gedefinieerd door: $\bar{f}(\bar{a}) = \overline{f(a)}$. (Hierin is $\bar{a}$ de klasse van a in het restklassensysteem mod 1987). We tonen nu aan dat voor elke restklasse $\bar{a}$ geldt dat $\bar{f}(\bar{a}) \neq \bar{a}$.
Stel dat $\bar{f}(\bar{a}) = \bar{a}$ voor zekere $a \in \{0, 1, \ldots, 1986\}$ d.w.z.:

$$f(a) \equiv a \text{ mod } 1987$$

ofwel

$$f(a) = a + k.1987 \text{ voor zekere } k \in \mathbb{N}$$

dan:

$$a + 1987 = f^2(a) = f(a + k.1987) = f(f^{2k}(a)) \\ = f^{2k}(f(a)) = f(a) + k.1987$$

dus

$$a = f(a) + (k-1).1987. \text{ Tegenspraak.}$$

Een verzameling $\{\bar{a}, \bar{f}(\bar{a})\}$ bestaat dus voor iedere a uit precies twee elementen en omdat $\bar{f}^2$ de identieke afbeelding is, zijn $\{\bar{a}, \bar{f}(\bar{a})\}$ en $\{\bar{b}, \bar{f}(\bar{b})\}$ gelijk of disjunct. Een verdeling op deze wijze van het restklassensysteem in paren is echter onmogelijk, omdat het aantal restklassen oneven is.

Opm.: Deze door Vietnam ingezonden opgave was in een iets algemenere vorm al gebruikt bij de U.S.A.M.O.-training session van 1985. De oplossing was gepubliceerd in Crux Mathematicorum vol. 13 no. 5 May 1987 p. 144.

Opgave 5
Neem de verzameling $\{(1,1), (2,2^2), (3,3^2), \ldots, (n,n^2)\}$.
Gemakkelijk is in te zien dat aan de eisen (i) en (iii) is voldaan.

Verder geldt: $|(i,i^2)-(j,j^2)| = |i-j|\sqrt{(i+j)^2+1}$.
Nu is $(i+j)^2+1$ geheel maar geen kwadraat want $(i+j)^2 < (i+j)^2+1 < (i+j+1)^2$. De afstanden zijn dus irrationaal.

Opm.: Er geldt zelfs dat de oppervlakte geheel is. Is A_k het punt (k,k^2) enz. dan geldt voor de oppervlakte van $\triangle A_k A_l A_m$ $(k < l < m)$

$$\frac{1}{2}\begin{vmatrix} l-k & m-k \\ l^2-k^2 & m^2-k^2 \end{vmatrix} = \tfrac{1}{2}(l-k)(m-k)(m-l),$$

maar minstens *één* verschil is even.

Opgave 6
Definieer $f(k) = k^2+k+n$ voor $k \in \mathbb{Z}$. Onderstel dat voor het kleinste niet-negatieve gehele getal a waarvoor $f(a)$ niet priem is geldt $a \le n-2$. Het gevraagde is bewezen wanneer we aangetoond hebben dat dan geldt $a \le \sqrt{\frac{n}{3}}$.
Laat p de kleinste priemfactor van $f(a)$ zijn.
We laten nu zien dat $p \ge 2a+1$.
Stel $p \le 2a$ en bekijk $f(a)-f(b) = (a-b)(a+b+1)$.
Voor $b = 0, 1, \ldots, a-1$ neemt $a-b$ de waarden 1 tot en met a aan en $a+b+1$ de waarden $a+1$ tot en met $2a$. Voor een zekere $b_0 \in \{0, 1, \ldots, a-1\}$ is dus *één* der factoren gelijk aan p, d.w.z. p is een deler van $f(a)-f(b_0)$. Ook is p deler van $f(a)$, dus is p deler van $f(b_0)$. Maar $f(b_0)$ is priem, zodat $f(b_0) = p$. $f(a)-f(b_0)$ heeft dus een factor $f(b_0)$, maar:

$a - b_0 \le n-2 < n+b_0+b_0^2 = f(b_0)$ en
$a + b_0 + 1 \le n + b_0 - 1 < n + b_0 + b_0^2 = f(b_0)$.
Tegenspraak.

Dus

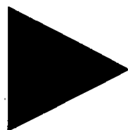
$p \ge 2a+1$, ook $p^2 \le f(a)$ zodat
$(2a+1)^2 \le a^2+a+n$.

Hieruit volgt eenvoudig $a \le \sqrt{\frac{n}{3}}$.

Tenslotte volgen hier de procentuele scores zoals die bij de Olympiade in Havanna werden behaald. Er namen 42 landen deel met 237 deelnemers.

	Score in procenten					
opgave	1	2	3	4	5	6
alle landen	49	67	31	50	61	26
Nederland	41	79	55	60	100	14

Met dank aan W.H.J.H. v. Meeuwen en K.A. Post voor hun commentaar en suggesties.



Mededeling

Aanvulling op mijn artikel 'Reken- en wiskundeonderwijs in het IBO', Euclides 64, 2 blz. 39 t/m 47:

Uiteraard zijn er na 1978 (zie tabel 3) enkele reken- en wiskundemethoden op de markt bijgekomen die geheel of ten dele ontwikkeld zijn voor het IBO: o.a. Dubbel op (vernieuwde versie), Wiskunde lijn (enkele delen zijn bedoeld voor IBO/LBO), Rekenraam, Rekenvaardig en Pluspunt.
Voor een bespreking van deze methoden door de afdeling IBO/LBO-nascholing van de Pedagogische Technische Hogeschool verwijs ik de lezer graag naar de komende edities van het blad PTH-nieuws. Indien u geïnteresseerd bent in deze besprekingen en u dit blad niet op uw school of instituut ontvangt, dan kunt u contact opnemen met Peter Gloudi, tel. 040-47 47 06. U krijgt dan de betreffende besprekingen toegezonden.

H. Sissing

▶ Wilander-Leconte en mijn familie

E. G. M. van der Eijk

Wanneer op zondag 5 juni mijn televisie aangaat, verschijnen twee tennissers in beeld. Ze hebben een kwartier gespeeld en de stand in de eerste set van de finale op Roland Garros is 3-3. De commentator verstrekt gegevens over het aantal goed geslagen eerste services: Wilander 95% en Leconte 67%.

Het percentage bij Wilander intrigeert me: 95%! 'Met zo'n hoog percentage zal hij zijn eigen servicebeurten wel allemaal overtuigend (dus na 40-0 of 40-15) gewonnen hebben', oppert mijn broer die meekijkt. Mijn zus denkt dat Leconte (haar favoriet) toch minstens één keer erg dicht bij een break geweest is; dat wil zeggen op 0-40, 15-40, 30-40 of 40-40 heeft gestaan.

Is het in dit geval mogelijk, met 100% (of 98%) zekerheid, uitspraken te doen?

Het tennis interesseert me al niet meer en met pen en papier gewapend ga ik aan tafel zitten. Even rekenen levert verrassend veel op met betrekking tot het (on)gelijk van de uitspraken van mijn broer en zus.

Teruggekomen in de woonkamer hoor ik dat Wilander de eerste set met 7-5 gewonnen heeft en dat de percentages goede services nu zijn: Wilander 97% en Leconte 56%.

Na even nadenken beweer ik dat Wilander zijn laatste drie servicebeurten overtuigender en sneller gespeeld heeft dan de eerste drie en dat hij daarbij beslist geen dubbele fouten gemaakt heeft.

Is dat bluf, of...?

Wie de puntentelling bij tennis kent en een logische redenering op kan zetten, is in staat uit weinig gegevens veel conclusies te trekken. Probeer het maar eens! Het beantwoorden van de vraag hoe vaak Wilander heeft geserveerd, is daarbij van cruciaal belang.

Een prachtig onderwerp om eens een klassegesprek over te houden. Eén idee om iets mee te doen in het op komst zijnde wiskunde A voor de havo: procenten, (voortgezet) rekenen, interpreteren van tabellen en gegevens, enzovoort.

Bij veel sporten maakt men gebruik en regelmatig ook misbruik van 'statistische' gegevens. Denk aan (Amerikaans) honkbal of basketbal waar alles in percentages uitgedrukt wordt. Het trekken van conclusies kan ook wiskundige activiteiten met zich meebrengen.

Zo werd bij de Olympische spelen van 1960 in Rome bij het wielrennen de Nederlandse ploeg in de ploegenachtervolging uitgeschakeld met 0,01 sec verschil. Dat jaar werkte men voor het eerst met honderdsten van seconden.

Opwinding alom: wat gemeen! Maar hoeveel centimeter zou het gescheeld hebben?

Als afsluiting nog een actueel voorbeeld.

Hoe eerlijk is het dat een marathonloper die de limiet van 2 uur 12 minuten op 36 seconden mist wél, maar de atleet die de limiet van 11 seconden op de 100 meter hardlopen op 0,1 seconde mist niet naar Seoel mag?

Wie denkt dat hij in staat is het 'tennisprobleem' zelf te kunnen analyseren, moet hier beslist stoppen met lezen. Wie benieuwd is naar de onthulling van mijn gereken, kan verder lezen.

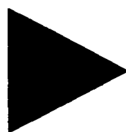
Eerst iets over de telling bij tennis: Een game wordt gewonnen door de speler die het eerst vier punten maakt met een verschil van minstens twee punten, bijvoorbeeld 4 : 1 punten of 5 : 3 punten.

Onder een goed geslagen eerste service wordt verstaan dat de eerste service 'in' is, waarna om het punt gespeeld kan worden. Dit geeft dus nog geen garantie dat het punt door de serverende speler gewonnen wordt.

Hoe komt Wilander aan een percentage van 95% goede eerste services?

1 van de 18 services fout is 94% goed, 1 van de 19,

20, 21 of 22 services fout is 95% goed en 1 van de 23 fout is 96% goed.
Ook kan: 2 van de 38 fout, 3 van de 57 fout, of...
Maar 38 punten (of meer) plus minstens 12 bij de servicegames van Leconte geeft minstens 50 punten en dat is in een kwartier tennissen absoluut onmogelijk. [Bedenk dat het real-life is en geen theoretisch wiskundeprobleem.] Het is dus zeker dat Wilander 19, 20, 21 of 22 keer geserveerd heeft.
Drie games winnen ná 40-30, dus met 4 : 2 punten, geeft 18 punten en dat is 1, 2, 3 of 4 punten te weinig. Minimaal één keer is Leconte dus beslist erg dicht bij een break geweest.
Met 100% zekerheid kan ik zeggen dat mijn broer geen gelijk, maar mijn zus (uiteraard) wel gelijk heeft.
Nu het tweede stuk.
1 van de 29, 30, ... of 39 services fout is 97% goed.
[2 van de 58 valt weer af!]
Wilander heeft in de volgende drie games dus alle eerste services goed geslagen en dubbele fouten zijn dan onmogelijk.*
Na 19 punten in de eerste drie games, geeft 12 (het minimum) tot en met 20 punten in de volgende drie games, een totaal aantal punten tussen 29 (eigenlijk 31) en 39, benodigd voor de 97%.
Bij 20 punten krijg je 12 tot en met 19 punten, bij 21: 12 tot en met 18 en bij 22: 12 tot en met 17. Het aantal punten is daarom (met ± 98% zekerheid) afgenomen. [Die 98% suggereerde (?) geen statistisch toetsen, want daarvan is natuurlijk geen sprake.]
Het verwachte aantal punten in de eerste drie games is $20\frac{1}{2}$ [$= (19 + 20 + 21 + 22) : 4$] en in de volgende drie games $15\frac{1}{4}$. Hierdoor wordt het wel erg waarschijnlijk dat Wilanders servicegames sneller zijn gespeeld.** Dit combinerend met het feit dat Wilander in de tweede helft minstens één eigen servicegame heeft gewonnen (van de stand 3-3 naar 7-5), terwijl hij (theoretisch) de eerste drie verloren kan hebben, maakt de uitspraak over het overtuigender spel ook aannemelijk.***
Mijn uitspraken (zie *, ** en ***) waren dus geen bluf.



Mededelingen

Conferenties Wiskunde-didactiek

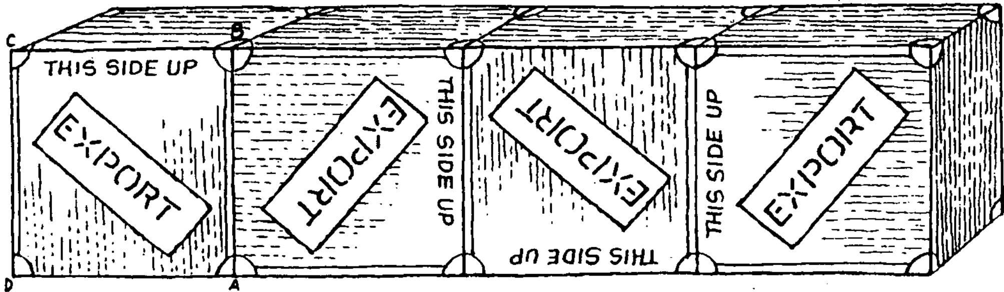
Het Landelijk Werkverband Nascholing Wiskunde (waarin samenwerken: de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren, alle lerarenopleidingen, de vakgroep OW & OC en de SLO) organiseert jaarlijks cursussen op het gebied van de wiskundedidactiek, in de vorm van driedaagse conferenties. Het gaat dan om thema's die het beste in een dergelijke intensieve werkvorm bestudeerd kunnen worden.
De conferenties zijn bestemd voor wiskunde-leraren van alle schooltypen in het voortgezet onderwijs. De werkgroepen worden in dit opzicht tijdens de conferenties heterogeen samengesteld.
In het voorjaar van 1989 zullen (bij voldoende deelname) twee conferenties gehouden worden, beide van donderdag 10.00 uur tot zaterdag 13.30 uur:
- 6 t/m 8 april '89 over 'rekenen met breuken';
- 13 t/m 15 april '89 over 'zingeving van wiskunde-onderwijs'.

Per conferentie zijn maximaal 40 plaatsen beschikbaar. Folders met meer informatie en aanmeldingsformulieren zijn verkrijgbaar bij alle lerarenopleidingen, of aan te vragen bij: L. Kuijk, Hogeschool Katholieke leergangen Tilburg, postbus 90110, 5000 LA Tilburg, tel. 013-39 46 70 of 39 45 13.

VELON-congres 1989

De nieuwe vereniging VELON, Vereniging lerarenopleiders Nederland, (voorheen VULON) organiseert haar eerste congres, getiteld 'Schoolvak-in-ontwikkeling', op donderdag 6 en vrijdag 7 april 1989 in het Novotel te Amsterdam.
Voor dit congres worden uitgenodigd: lerarenopleiders van universiteiten en hogescholen, directieleden, docenten en begeleiders van scholen voor basis- en voortgezet onderwijs, onderwijs-onderzoekers en andere belangstellenden.
In plenaire discussies, lezingen en verschillende presentaties en werkgroepen zal aandacht worden besteed aan de ingrijpende veranderingen die de vernieuwing in het basis- en voortgezet onderwijs teweeg zullen brengen en de consequenties daarvan voor de inhoud en vormgeving van schoolvakken, de opleiding van docenten, de nascholing en het (vak)didactisch onderzoek.
Vooral de praktische gevolgen van de ontwikkelingen zullen aan bod komen.
Meer informatie: Secretariaat VELON-congrescommissie, p/a Bureau Lerarenopleiding V.U., t.a.v. Drs. B. E. M. Elders-Blauwhoff, de Boelelaan 1105, 1081 HV Amsterdam, tel 020-5 48 43 24.

• Werkblad •



► Kisten rollen

Een kubusvormige kist wordt over een vloer 'gerold' door hem telkens te kantelen. In de tekening zijn vier posities van één kist te zien.

In deze tekening zijn de punten *A*, *B*, *C* en *D* aangegeven. Bij de eerste keer kantelen blijft A op zijn plaats; B beschrijft een kromme lijn.
Maak een tekening van de route die B doorloopt bij het telkens achtereen kantelen.

Beantwoord dezelfde vraag voor:
- het midden van zijde *AB*.
- het middelpunt van vierkant *ABCD*.

Wat verandert er aan de routes als *ABCD* wel een rechthoek, maar niet meer een vierkant is?

Brian Bolt, Mathematical Activities

Programma vwo tweede, derde en vierde leerjaar

Verzamelingen in verband met elementaire logische operaties.
Eerstegraads vergelijkingen en ongelijkheden met één of twee veranderlijken.
De verzameling van de reële getallen.
Tweedegraads wortels; tweedegraads vergelijkingen en ongelijkheden.
Puntverzamelingen.
Samenstellen van twee spiegelingen en twee translaties.
Vectoren; rekenen met vectoren; verband tussen vectorcomponenten en coördinaten van een punt.
Vermenigvuldiging van figuren; gelijkvormigheidsafbeelding; gelijkvormigheid van figuren.
Zwaartepunt van een driehoek; oppervlakte; stelling van Pythagoras.
De goniometrische verhoudingen sin, cos en tan; sinusregel en cosinusregel.
Ruimtelijke figuren; niveaulijnen; coördinaten in de ruimte; afstanden en hoeken in de ruimte; inhouden.
Functies en grafieken; eerste- en tweedegraads functies; absolute waarde; wortelfunctie; eenvoudige goniometrische functies.
Inverse functie; samenstellen van functies; exponentiële en logaritmische functies.
Inleiding tot de differentiaalrekening.
Inleiding tot de beschrijvende statistiek; eenvoudige kansrekening.

Eindexamenprogramma wiskunde A

Toegepaste analyse

Grafieken van functies en het trekken van conclusies aan de hand van grafieken.
Afgeleide functie als maat voor geleidelijke verandering, raaklijn aan een grafiek.
Regels voor het differentiëren.
De afgeleiden van rationale functies en wortelfuncties.
Optimaliseringsproblemen.
Periodieke functies; $y = a \sin b(x + c) + d$ als model voor periodieke verschijnselen.
Goniometrische functies en hun afgeleiden.
Trendverschijnselen.
Lineaire, exponentiële en geremde groei.
Het getal e; exponentiële en logaritmische functies en hun afgeleiden.
Gebruik van logaritmisch en dubbellogaritmisch papier.

Toegepaste algebra

Matrices en grafen, datamatrix, wegenmatrix, overgangsmatrix.
Bewerkingen met matrices en de interpretatie daarvan.
Functies van meer variabelen, ruimtegrafieken, isolijnen en isovlakken.
Lineair programmeren, grafische methode voor problemen met twee of drie beslissingsvariabelen.

Waarschijnlijkheidsrekening en statistiek

Kritische beoordeling van statistische gegevens.
Frequentietabel, histogram, cumulatieve frequentie, gemiddelde, modus, mediaan.
Populatie, steekproef.
Kansverdelingen, in het bijzonder de binomiale en hypergeometrische verdeling.

Verwachtingswaarde en standaardafwijking van een stochast.
De normale verdeling, het gebruik van de standaard-normale tabel en normaal waarschijnlijkheidspapier.
Het benaderen van discrete kansverdelingen door de normale verdeling.
Toetsen van hypothesen.

Automatische gegevensverwerking

Algoritmen, mede toegepast op de rekenmachine.
Structuurdiagrammen en eenvoudige programma's.
Verwerken van gegevens met behulp van standaardprogramma's.

Keuze-onderwerpen

De minister wijst telkens voor een periode van drie jaar een onderwerp aan dat gedurende die periode tot het eindexamenprogramma van wiskunde A behoort. Dit onderwerp kan gekozen worden uit:
- partieel differentiëren van functies van twee variabelen;
- de simplex-methode bij lineair programmeren;
- differentievergelijkingen;
- matrixrekening;
- statistiek.

Deze lijst kan worden aangevuld met nieuwe onderwerpen.

Duur van het schriftelijk examen: 3 uur.

Eindexamenprogramma wiskunde B

Analyse

Eerstegraads, tweedegraads, derdegraads en hogere-graads functies.
Rationale functies en wortelfuncties.
Logaritmische en exponentiële functies, het getal e.
De goniometrische functies sin, cos, tan, arcsin, arccos en arctan; in het bijzonder van het type a sin + b cos.
Even en oneven functies.
Grafieken van deze functies.
Oplossen van vergelijkingen en ongelijkheden in verband met deze functies; stelsels van vergelijkingen en ongelijkheden.
Formules voor sin $(x + y)$, cos $(x + y)$, tan $(x + y)$, sin $2x$, cos $2x$, tan $2x$.
Limieten, continuïteit en discontinuïteit van functies.
Differentieerbaarheid, afgeleide functies, regels voor het differentiëren.
Tekenen van grafieken, raaklijn, buigpunt en asymptoot.
Monotonie van functies, extremen (ook randextremen).
Primitieve functies, partiële integratie, bepaalde integraal.
Berekening van oppervlakten en inhouden.
Differentiaalvergelijkingen, lijnelementenveld, oplossen van eenvoudige differentiaalvergelijkingen.
Krommen in parametervoorstelling.

Meetkunde

Onderlinge ligging van punten, lijnen en vlakken. Doorsneden van vlakken met prisma's en piramiden. Parametervoorstellingen en vergelijkingen van lijnen en vlakken. Loodrechte stand en orthogonale projectie.
Spiegelingen, translaties en rotaties in de ruimte. Inwendig produkt, normaalvector van een vlak. Berekening van hoeken en afstanden.
Bol, cilinder en kegel met raaklijnen en raakvlakken. Omwentelingslichamen en inhoudsberekeningen.

Duur van het schriftelijk examen: 3 uur.

● Werkblad ●

▶ Een bijzonderheid van het getal 24

Als je 1 optelt bij 24, krijg je een kwadraat: 25 = 5 × 5.
Als je 1 optelt bij 2 × 24 = 48, krijg je weer een kwadraat: 49 = 7 × 7.
Als je daarentegen 1 optelt bij 3 × 24 = 72, krijg je niet een kwadraat: 73 is geen kwadraat.

Sommige veelvouden van 24, zoals 1 × 24 en 2 × 24, zijn 1 kleiner dan een kwadraat. Het grootste veelvoud van 24 beneden de 1000 waarvoor dit geldt is 40 × 24 = 960, waarbij 961 = 31 × 31 behoort.

Maak een lijst van de veelvouden van 24 beneden de 1000 die 1 kleiner zijn dan een kwadraat. Noteer de resultaten in de vorm van een tabel, zoals:

hoeveel keer 24?	1	2	... ...
getal	24	48	... ...
getal + 1	25	49	... ...
kwadraat van	5	7	... ...

Ook boven de 1000 komen veelvouden van 24 voor die 1 kleiner zijn dan een kwadraat. Twee van zulke veelvouden komen voor in de rij 50 × 24, 51 × 24, ..., 59 × 24. Welke zijn het?
Probeer deze vraag te beantwoorden door gebruik te maken van de regelmaat die voorkomt in de tabel.

Ga na van welke getallen het kwadraat 1 groter is dan een veelvoud van 24.

Brian Bolt, Mathematical Activities

▶ Het kleinste gemene veelvoud

Het is niet erg spectaculair het kleinste gemene veelvoud van de getallen 3 en 13 te berekenen. Deze getallen hebben geen factor gemeen, en dus is hun k.g.v. gelijk aan hun produkt, 39.
De uitdraai laat echter duidelijk zien welke methode gevolgd wordt: eerst worden de veelvouden van 3 bepaald, totdat 13 wordt gepasseerd; dan wordt 13 vervangen door 26, en met veelvouden van 3 wordt ook 26 gepasseerd; tenslotte blijkt dat 39 een veelvoud van 3 is, en dus het gezochte k.g.v.
Deze methode staat niet in de meeste rekenboeken. Het voordeel van het hier afgedrukte korte programma is, dat de betreffende getallen niet in factoren behoeven te worden ontbonden.

```
10 CLS ' kgv.bas,  berekent het kleinste gemene veelvoud
20 INPUT "geef twee natuurlijke getallen:  ",A,B
30 PRINT
40 PRINT A,B
50 BOVEN=B:ONDER=A
60 WHILE BOVEN <> ONDER
70   IF ONDER < BOVEN THEN ONDER = ONDER + A
80   IF ONDER > BOVEN THEN BOVEN = BOVEN + B
90   PRINT ONDER,BOVEN
100 WEND
110 PRINT: PRINT "het kgv van ";A;" en ";B;" is  ";ONDER
```

```
geef twee natuurlijke getallen:  3,13

 3             13
 6             13
 9             13
 12            13
 15            26
 18            26
 21            26
 24            26
 27            39
 30            39
 33            39
 36            39
 39            39

het kgv van  3  en  13  is   39
Ok
```

● Serie ● ● ● ●

'Auteurs in beeld'

▶ Schrijven aan WISKUNDE LIJN

Henk van Tijum, Anne van Streun

Inleiding

De redactie van Euclides heeft dit vakblad voor wiskundedocenten opengesteld voor auteurs, die iets persoonlijks wilden doorgeven over hun schrijfwerk. In ons geval betreft dat de nieuwe methode WISKUNDE LIJN. Anne van Streun, auteur en coördinator van de auteursteams, vertelt iets over de voorgeschiedenis. Henk van Tijum, een auteur van het eerste uur van de boeken voor 12-16 jaar, geeft een persoonlijk getint verslag van zijn ervaringen. Anne van Streun sluit af met een impressie van het huidige werk.

Hoe het allemaal begon

Mijn naam is Anne van Streun. Na 10 jaar wiskunde te hebben onderwezen aan leerlingen van de hbs, het gymnasium, de havo en het atheneum werd ik in 1974 didacticus wiskunde aan de universiteit van Groningen met als opdracht de nieuwe universitaire lerarenopleiding wiskunde te bemannen. Jaarlijks kwam ik in die functie in tientallen scholen en maakte ik honderden lessen van mentoren en studenten mee. Een bonte wereld, dat wiskunde-onderwijs in het havo-vwo. De discrepantie tussen de theorieën van onderwijskundigen, ontwikkelaars en vakdidactici aan de ene kant en de onderwijspraktijk aan de andere kant begon mij steeds meer te storen, zodat ik tenslotte in 1982 met een praktijkgericht onderzoeksproject in 4 vwo begon, het project 'Heuristisch wiskunde-onderwijs'. Uit dat project is de bovenbouw van WISKUNDE LIJN voortgekomen. Aan het eind van dit jaar 1988 komt naar verwachting het proefschrift klaar, waarin de wetenschappelijke achtergronden en de leereffecten van het ontwikkelde wiskunde-onderwijs worden beschreven.
Eveneens in 1982 kreeg ik via een rekengroep contact met de uitgeverij 'Jacob Dijkstra Groningen', die een auteursgroep wilde vormen voor het schrijven van een wiskundemethode voor de negentiger jaren. Een geweldig karwei waar je normaal wel tien jaar voor uit mag trekken. Samen kwamen we evenwel op het spoor van het nieuwste lesmateriaal van de Engelse stichting 'School Mathematics Project', die met eigen geld toen al vijf jaar zeven auteurs-ontwikkelaars had vrijgesteld voor het sa-

We believe that most existing secondary mathematics courses go too fast and too far for many children. This view is supported by the evidence of research into children's learning difficulties, and by the findings of the Cockcroft Committee.

Children need to be allowed time to become familiar with mathematical ideas in a concrete way. If they are expected to work at an abstract level too early, they will lose their grasp of the meaning of what they are doing.

We have set out to present mathematics concretely. Children make models and use simple apparatus to find out things for themselves. By the extensive use of illustration we allow them to enter imaginatively into situations which embody mathematical ideas, and contexts in which people use mathematics. This aim of relating mathematics to the rest of experience applies also to the material written for more able pupils, in which applications of mathematics are emphasised.

We believe it is important that the syllabus for each level of ability should be of a realistic size. It is better to have a secure grasp of a more limited range of mathematics than to have a shaky hold on a wide range of topics. The syllabus content and the approaches to topics have been thought out afresh. The new course is not merely a revision of existing material.

Figuur 1 School Mathematics Project

menstellen van een wiskundemethode voor de gehele breedte van 11-16 jaar. Lesmateriaal dat uitstekend geschikt leek voor diezelfde leeftijdsgroep in Nederland, waar het leerplan van 1968 nodig aan een herinterpretatie toe was. Het was niet moeilijk te voorspellen dat de meer toegepaste en meetkundige richting die de bovenbouw vwo met HEWET insloeg, geweldige implicaties moest hebben voor de leeftijdsgroep van 12-16 jaar. Niet gehinderd door de wet van de remmende voorsprong konden we het SMP-materiaal (inmiddels in meer dan 60% van de Engelse scholen in gebruik) als basis gebruiken voor een geheel nieuwe interpretatie van het leerplan in de eerste twee leerjaren. Vlakke meetkunde, ruimtemeetkunde, contexten, concreet materiaal, toepassingen en een veel geleidelijker opbouw van de analytische technieken. De ontwikkelingen sinds 1983 met HEWET, HAWEX en Basisvorming zijn inderdaad volgens onze verwachting verlopen, zodat WISKUNDE LIJN exact op tijd een bijdrage kan leveren aan de vormgeving van het wiskunde-onderwijs in de negentiger jaren.
Voor mij persoonlijk waren de bezoeken aan Engelse scholen waar met SMP werd gewerkt doorslaggevend. Daar zag ik voor het eerst dat ook 'wiskundig zwakke' leerlingen de kans kregen om wiskundig actief te zijn, om zelf wiskundige werkwijzen op het spoor te komen, in plaats van door imitatieleren de voorgedragen weetjes te gaan reproduceren. Het imiteren van het leerboek, de docent(e) en de slimmere medeleerlingen leidt volgens mij niet tot leerresultaten, die blijvend en toepasbaar zijn. Het accentueren van feitelijke kennis en van te memoriseren technieken versterkt de schoolse attitude, waarbij het herinneren (Je hebt het gehad. Ik weet niet meer, hoe het moet) belangrijker is dan het (her)uitvinden, hoe het moet of kan. Door de nadruk te leggen op de laatstgenoemde benadering wordt een attitude gestimuleerd, waarbij leerlingen vertrouwen krijgen in hun eigen mogelijkheden om een op het oog ongewone situatie aan te pakken. SMP is erin geslaagd om een didactiek te ontwerpen, die het leerproces voldoende structureert om de voortgang te waarborgen, terwijl er genoeg ruimte overblijft voor een flexibel gebruik van de verworven wiskundige kennis. Banend onderwijs noemde Van Parreren dat, in tegenstelling tot sturend onderwijs (leerresultaten met een geringe toepasbaarheid) en zelfontdekkend onderwijs, waarvan alleen de slimsten profiteren.

Wat heb je in de KERN geleerd?

- **Je kunt het aantal ribben, zijvlakken en hoekpunten van een kubus bepalen.**
- **Je kunt evenwijdige ribben van een kubus aanwijzen.**
- **Je kunt van uitslagen zeggen of er een kubus, een balk of een 'goede' dobbelsteen van kan worden gemaakt.**
- **Je kunt aanzichten tekenen van 2-, 3- en 4-kubushuisjes.**
- **Je kunt bij aanzichten uitzoeken welke kubushuisjes mogelijk zijn.**
- **Je kunt bij aanzichten van eenvoudige vormen de kijkrichtingen bepalen.**
- **Je kunt op een plattegrond de positie van een fotograaf tekenen, als een foto is gegeven.**

Maak de D-toets om te controleren of je alles begrepen hebt.

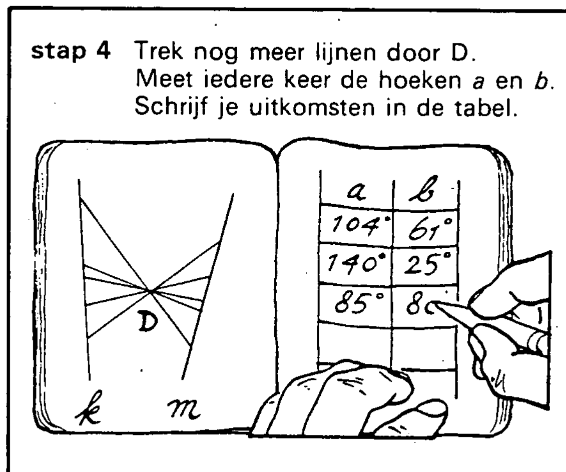
Figuur 2 Samen op de KERN terugzien.

Hoe werd ik auteur?

Mijn naam is Henk van Tijum. Na twaalf jaar lesgeven aan een categoriale mavo werd ik in 1980 docent aan de 'Leon van Gelder'-middenschool in Groningen. Hebt u wel eens wiskunde gegeven aan groepen leerlingen, die qua niveau de gehele breedte van het voortgezet onderwijs bestrijken? Voor mij was dat een rauwe ervaring. Hoe doe je dat?
Eén ding werd mij snel duidelijk: niemand wist hoe de fraaie algemene doelstellingen echt vorm moesten krijgen in de dagelijkse lespraktijk. Het onderwijs moest 'leuk' zijn voor leerlingen, ze moesten er wat van leren voor 'later'. Kopiëren om het leven, knutselen aan lespakketjes, boeiend en vermoeiend, terwijl het resultaat zelden echt bevredigde. Na drie jaar experimenteren en 'ervaringsleren' van de docenten waren de criteria voor geschikt lesmateriaal wel duidelijk:

a De leerlingentekst moet motiveren tot activiteit, want motivatie en succes gaan hand in hand.
b De structuur van een lessenserie moet voor leerlingen en docent duidelijk zijn.
c Afwisseling, zowel in onderwerpen als in werkvormen, is beslist noodzakelijk.
d Iedereen moet iets leren, ongeacht zijn of haar mogelijkheden.
e Abstract en formeel opereren heeft alleen zin, als het stoelt op een degelijke concrete ondergrond.
f Klassikale momenten kunnen niet gemist worden.

Hoe maak je deze randvoorwaarden concreet? Voor zover mij toen bekend was, voldeed geen enkele methode hier in voldoende mate aan. Als didactische werkvorm beviel me differentiatie naar tempo helemaal niet. De verschillen zijn na verloop van tijd enorm. De begeleiding van iedere leerling vraagt een uitgebreide administratie. Bovendien moet de leerstof aan hoge didactische eisen voldoen. Die leerstof heb ik in die tijd onvoldoende ontdekt. Tot slot bleek deze differentiatie-vorm wel erg gericht op cognitieve doelen; sociale doelen kwamen nauwelijks aan bod. In de vakgroep wiskunde is in die tijd heel wat afgepraat. We kwamen tot de conclusie dat er niets anders opzat dan zelf leerstof te gaan ontwikkelen of bestaande leerstof te gaan bewerken. Maar weet waar je aan begint! Ik wist dat in ieder geval niet. Een lessenserie maken, die voldeed aan de eerder genoemde randvoorwaarden, was een tijdrovende activiteit die bestond uit vergaderen, piekeren, vele avonden schrijven en uitproberen in de klas. Een betere evaluatie dan dat laatste bleek er niet te zijn.
In het voorjaar van 1983 waren we zover, dat de eerste versie van een leergang wiskunde voor hete-



(a) Kun je een regel vinden voor de getallen in je tabel?

(b) Leg uit waarom die regel werkt.

Vond je (a) en (b) moeilijk? Doe het dan op de volgende manier:

(c) Verleng de lijnen *k* en *m* tot ze elkaar snijden. Kijk nog eens naar opgave 10(c).
Kun je uitleggen waarom de regel werkt?

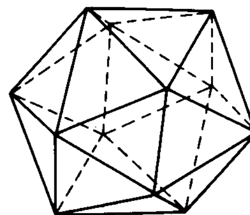
(d) Hoe komt het dat jouw regel anders is dan die van je buurman of buurvrouw?

Figuur 3 Concrete activiteiten ondersteunen het mentale handelen.

rogene groepen voor drie jaar voortgezet onderwijs tot stand was gekomen. Evaluatie leidde tot de unanieme opvatting in de vakgroep dat grondige herziening onvermijdelijk was. Maar op dat moment was de motivatie daartoe niet zo groot; we waren als vakgroep schrijfmoe.
Eind 1983 benaderde een medewerker van uitgeverij Dijkstra uit Groningen de vakgroep met het verzoek mee te werken aan het bewerken van de Engelse methode 'SMP' 11-16 (School Mathematics Project) voor het Nederlandse voortgezet onderwijs. Het Engelse materiaal leek ons aantrekkelijk. Na uitgebreid vooroverleg besloot de vakgroep dat één docent mee zou doen, mits er een methode uit zou komen die bruikbaar zou zijn voor onze school. De noodzakelijke herziening van het eigen materiaal zou dan achterwege kunnen blijven. Namens de vakgroep ben ik in de auteursgroep in oprichting gaan functioneren.

Mijn ervaringen als auteur

In het voorjaar van 1984 werd een auteursteam gevormd waarin ik (Henk van Tijum) meedeed. Alle teamleden gaven al vele jaren les in verschillende vormen van voortgezet onderwijs. Wij waren het snel eens over de unieke kwaliteit van het lesmateriaal van SMP 11-16. De structuur van een hoofdstuk kostte meer hoofdbrekens. We besloten, tot het model met een KERN van zes lessen en drie aansluitende kleurstromen (BLAUW, GRIJS en WIT) van drie lessen. In BLAUW wordt de essentie van de KERN op een meer concrete manier nogmaals doorgewerkt, GRIJS is een uitbreiding op hetzelfde niveau als de KERN en WIT is een verdieping van de KERNstof. De kleurstromen overlappen niet zodat leerlingen bijvoorbeeld na GRIJS WIT kunnen gaan doen. Dit flexibele model had tot doel de slechte ervaringen van de auteursdocenten met tempodifferentiatie, bhv-modellen of één klassikale leerweg met open problemen te ondervangen.
De evaluaties van de proefversies in '84-'85 hebben we met spanning tegemoet gezien. De aanpak van



Het laatste regelmatige veelvlak is het regelmatige twintigvlak. De 20 grensvlakken zijn gelijkzijdige driehoeken.

(a) Op **werkblad 44** staat een regelmatig twintigvlak. Maak het.
(b) Wat is een symmetrie-as van een gelijkzijdige driehoek?
(c) Hoe doorsnijdt een symmetrievlak van het regelmatige twintigvlak de grensvlakken?

Er zijn vijf regelmatige veelvlakken

regelmatig viervlak
vier gelijkzijdige driehoeken
als grensvlakken

regelmatig achtvlak
acht gelijkzijdige driehoeken
als grensvlakken

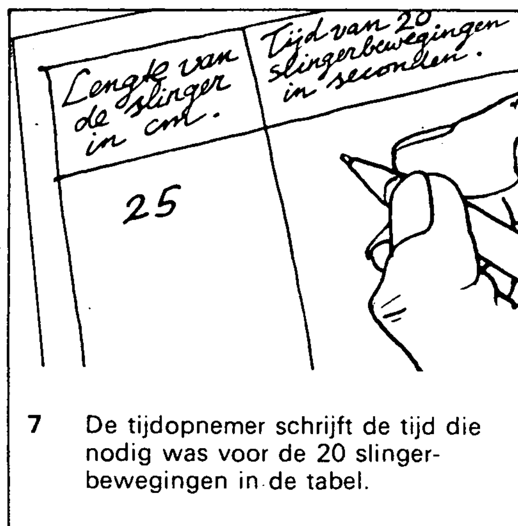
regelmatig twintigvlak
twintig gelijkzijdige driehoeken
als grensvlakken

regelmatig zesvlak
zes vierkanten
als grensvlakken

regelmatig twaalfvlak
twaalf regelmatige vijfhoeken
als grensvlakken

Figuur 4 Elke brugklasser houdt er ook nog fraaie modellen aan over.

de onderwerpen, de opdrachten, het concrete materiaal, dat werkte allemaal prima in de klassen. De leerlingen en docenten waren en zijn nog bijzonder enthousiast. 'Wiskunde, die je kunt begrijpen'. 'Zelf wiskunde doen'. 'Je begrijpt wat er bedoelt wordt'. 'Zo'n motivatie heb ik, als docent, nog nooit meegemaakt'. Het lesmateriaal uit Engeland sloeg bijkbaar aan.
De gebruikers droegen waardevolle suggesties aan, die gelukkig veel verder gingen dan het aangeven van tekstuele fouten en zetfouten. Zo zijn veel KERNen uit leerjaar 1 uitgebreid, omdat leerlingen met zoveel inzet aan de slag bleven, dat zij soms in drie lessen de KERN al doorgewerkt hadden. Wij hebben gedeelten uit GRIJS omgewisseld met delen van de KERN of van WIT. Opgaven, die een meer open probleemsituatie betroffen, werden aan het eind van de KERN en de kleurstromen toegevoegd. In het docentenboek – een losbladige klapper met de leerlingentekst, antwoorden en didactische aanwijzingen – zijn de suggesties van de eerste gebruikers opgenomen. 'Hier is een klassegesprek op zijn plaats'. 'Nu maar eens de schriften nalopen'.
Mijn belangstelling op de 'Leon van Gelder' verschoof in de loop der jaren naar de leerlingen, die niet op het C- of D-niveau aankoersten. In februari 1987 verscheen het eerste deel voor 3 ibo-lbo, daarna deel 3b en in de zomer van 1988 het afsluitende deel 4 voor het A- en B-programma. Eindelijk is er nu ook voor deze groep leerlingen geschikt lesmateriaal! Met bijzonder veel voldoening heb ik van deze boeken de eindredactie verzorgd.
Terwijl ik dit schrijf is het pinkstervakantie 1988. Leerjaar 3 van mavo-lbo en van havo-vwo komt in de zomer in definitieve vorm uit. Wij moeten als auteurs in de zomervakantie van 1988 de definitieve tekst van de afsluitende delen 4BC en 4CD klaar maken. Dan hebben wij onze klus gedaan. Ik kijk er met gemengde gevoelens op terug. De investering van tijd en energie was enorm. Het moest allemaal maar gebeuren naast je 'gewone' werk. De tijdsdruk voor de ontwikkeling van de methode was hoog. Soms ging dat ten koste van het 'gewone' werk en van het gezin, dat niet altijd de aandacht kreeg waar het recht op had. Maar de vele dankbare en enthousiaste reacties van collegadocenten vergoeden veel.

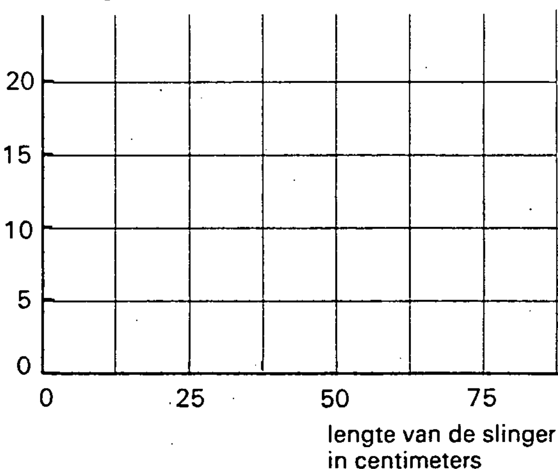


7 De tijdopnemer schrijft de tijd die nodig was voor de 20 slingerbewegingen in de tabel.

Doe hetzelfde terwijl je het touw vast houdt op 50 cm, 75 cm en 100 cm lengte.

Schrijf de tijden in je tabel.

tijd van 20 slinger-
bewegingen in seconden

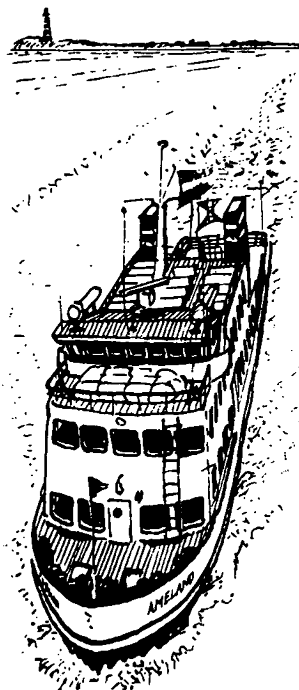


Teken een assenstelsel.
Teken de grafiek.
Geef je grafiek een naam.

Figuur 5 Gevarieerde groepsopdrachten

Waar zijn we nu mee bezig?

Henk van Tijum heeft al aangegeven dat de klus van mavo-lbo en de onderbouw van havo-vwo bijna af is. Op mijn beurt zal ik (Anne van Streun) iets vertellen over de bovenbouw vwo en havo en over de verdere stand van zaken. Wiskunde A voor de bovenbouw van het vwo heeft in definitieve boeken vorm gekregen, met een geheel eigen didactiek voor dit nieuwe vak. Het deel voor de ruimtemeetkunde verschijnt deze zomer, terwijl de analyselijn van wiskunde B in proefversie eveneens deze zomer klaar komt. Ik ben er heel tevreden over dat de schijntegenstelling tussen toepasbare wiskunde in wiskunde A en de niet-toepasbare analyse uit wiskunde B wat ons betreft verleden tijd is, zonder dat het meer abstracte B-karakter van de analyse verloren is gegaan. In mijn dagelijkse werkomgeving (het Mathematisch Instituut in Groningen) heb ik de laatste jaren zien gebeuren dat de meest verstokte 'zuivere' wiskundigen met veel genoegen en met gebruikmaking van de PC toepasbare wiskunde zijn gaan bedrijven. Waar blijven de toepassingsgerichte differentiaalvergelijkingen in het B-programma?
Het HAWEXprogramma ligt al vast en onze nieuwe auteursteams voor HAVO A en B zijn druk aan het werk. Veel van de nieuwe onderwerpen, zoals die in de pakketjes van het HAWEXontwikkelteam tot ons komen, blijken in ons tweede of derde leerjaar naadloos te worden voorbereid. Ik denk aan het werken met formules, tabellen en grafieken, aan de ruimtemeetkunde en aan de statistiek. Het nieuwe examenprogramma voor mavo-lbo CD zien wij met vreugde tegemoet, omdat wij dan in het



14 Hieronder staan de vertrektijden van de boten uit Holwerd en Ameland. De bootreis duurt gemiddeld 50 minuten.

DIENSTREGELING BOOTDIENST AMELAND - HOLWERD vv
van 1 juni t/m 30 september en van 1 april t/m 30 mei

Ameland vertrek	ma 6.30	■ 6.30	△ 7.30	8.30	■ 9.30	■ 10.30	■ 11.30	12.30	■ 14.30
Holwerd vertrek	ma 7.45	■ 7.45	△ 8.45	9.45	■ 10.45	■ 11.45	■ 12.45	13.45	■ 15.45
Ameland vertrek	† 15.30	16.30	18.30						
Holwerd vertrek	† 16.45	17.45	19.45						

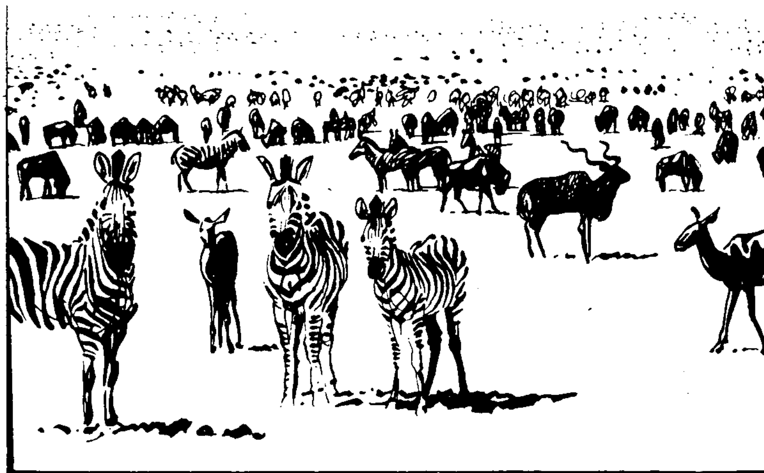
† = op zon- en feestdagen
ma = op maandagen
■ = op zaterdagen
△ = dinsdag t/m zaterdag

(a) Hoeveel boten vertrekken op maandag vanuit Holwerd?
(b) Hoeveel boten vertrekken op woensdag vanuit Ameland?
(c) Hoeveel boten vertrekken op zaterdag naar Ameland?
(d) Varen er door de week meer of minder boten dan op zaterdag?
(e) Karel wil op een zaterdag voor twaalf uur op Ameland zijn. Wat is de laatste boot die hij dan kan nemen?
(f) Op zondag vaart er één extra boot vanuit Holwerd. Hoe laat vertrekt deze boot?

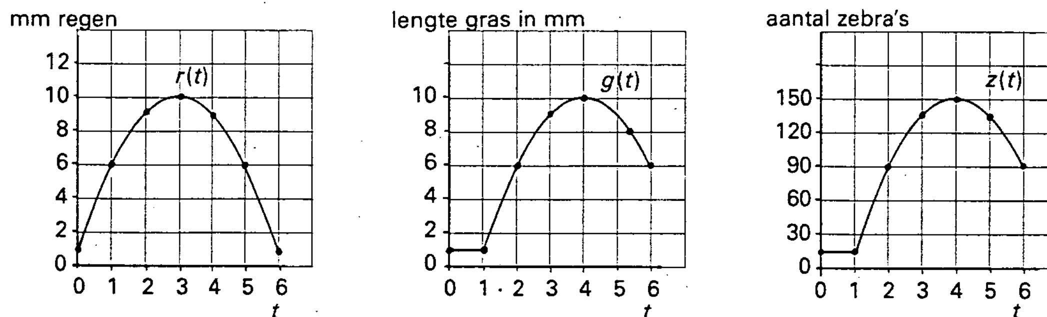
Figuur 6 Uit 3b ibo-lbo

4
De zebra's

In de grasvlakten van Oost Afrika is onderzoek gedaan naar de verspreiding van de rondtrekkende groepen zebra's, gnoes, gazelles en andere diersoorten. De aanwezigheid van zebra's hangt nauw samen met de lengte van het gras, omdat zebra's bij voorkeur lang gras eten. Gnoes en gazelles eten daarentegen kort gras.
De groei van het gras wordt natuurlijk sterk beïnvloed door de regenval.



Op een proefgebied van 2,4 km^2 in de Serengeti vlakte verzamelde men een aantal jaren achter elkaar gegevens over de aantallen zebra's, de lengte van het gras en de neerslag in mm. De grafieken geven een goed idee van de gesignaleerde verbanden in de periode van een half jaar, van januari t/m juni.

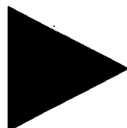


- Zijn sommige verbanden door functievoorschriften te beschrijven?
- Hoe zien de grafieken van $g(r)$ en $z(g)$ eruit?
- Kun je in woorden aan niet-wiskundig geschoolde luisteraars uitleggen hoe de verbanden tussen z, g, r en t in elkaar zitten?
- Wanneer verwacht je de gnoes en de gazelles in grote aantallen?

Figuur 7 ONDERZOEK

derde en vierde leerjaar mavo-lbo nog wat dood hout uit het oude leerplan, zoals verzamelingennotaties en de microscopie van de tweedegraads functies, hopen te kunnen schrappen. Dan komt er meer ruimte om de brede basis conform de eindtermen van de COW ook in het derde leerjaar voort te zetten.
De differentiatieproblematiek zal in de toekomst een nog belangrijker rol spelen in het wiskundeonderwijs. Het is daarom boeiend om van docenten te horen hoe zij gebruik maken van de keuzemogelijkheden, die bewust in de methode zijn ingebouwd. Docenten in de eerste twee leerjaren van een havo-vwo scholengemeenschap werken zoveel mogelijk met alle leerlingen GRIJS en WIT door, terwijl docenten van zeer brede scholengemeenschappen de leerlingen na de KERN laten kiezen uit 1 of 2 kleurstromen. Docenten van het lbo moeten soms met veel minder lesuren dan hun collega's op een mavo toch proberen het C-programma te halen. Zij kiezen een eigen route door de eerste twee leerjaren, met ruimte voor de leerlingen die meer aankunnen. In sommige derde of zelfs vierde klassen van het lbo geven collega's in eenzelfde klas les aan leerlingen, die op het A-, B-, C-, of D-niveau werken. Een huzarenstukje, waarbij gedifferentieerd lesmateriaal dat zelfwerkzaamheid stimuleert, een onmisbaar hulpmiddel is.
Een knelpunt ligt er voor mij in de spanning tussen het dekken van de minimumleerstof en het uittrekken van voldoende lestijd voor uitdagende probleemsituaties, die tot andere wiskundige activiteiten leiden dan in de gewone leerstofopbouw aan de orde komen. Wij bieden voor die probleemoplossende activiteiten, vaak leidend tot een werkstukje, materiaal aan in de vorm van puzzels, Snippers, onderzoekjes, ONDERZOEK e.d. Wij hopen dat ondanks de druk van het altijd overladen programma, docenten de rust en de tijd weten te vinden ook deze wiskundige activiteiten te stimuleren. Zoals uit de eerste ervaringen met wiskunde A (vwo) al blijkt, dreigt alles wat niet op een centraal examen wordt getoetst uit de boot te vallen.
Examenprogramma's bieden vaak te weinig ruimte. Met Jan de Lange ben ik van mening, dat dan aan een essentieel aspect van het wiskundig bezig zijn geen recht wordt gedaan. Het stimuleren van eigen produkties en het maken van wiskundige werkstukjes, die voldoende ruimte bieden voor origineel werk, behoort tot de KERN van de wiskundige activiteiten voor iedereen.

De enorme aanslag, die het schrijven aan WISKUNDE LIJN op de vrije tijd van alle auteurs doet, wordt voor mij persoonlijk ruimschoots gecompenseerd door het feit dat zowel de docenten van het ibo-lbo als van het havo-vwo aan hun collega's doorvertellen dat zij prima met WISKUNDE LIJN kunnen werken. Iedereen op zijn eigen manier. Goed wiskunde-onderwijs begint, denk ik, met docenten, die (weer) voldoening aan hun werk beleven.



Van het Bestuur

HAWEX-bijeenkomsten

Op donderdag **9 maart 1989** van 15.30 uur tot 20.00 uur organiseert de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren op drie plaatsen een voorlichtingsbijeenkomst over het nieuwe examenprogramma voor havo. Deze bijeenkomst is bedoeld voor alle docenten van het avo, het mbo en het hbo.
De bijeenkomsten worden gehouden te:

DOKKUM C. S. G. OOSTERGO, Birdaarderstraatweg 13, 9101 VA Dokkum, 05190 - 27 92

GELDROP STRABRECHT COLLEGE, Grote Bos 2, 5666 AZ Geldrop, 040 - 86 77 15

UTRECHT COLLEGE 'DE KLOP', Orinocodreef 7-9, 3563 ST Utrecht, 030 - 61 57 27

Voor een eenvoudige maaltijd wordt gezorgd.
Men kan zich **aanmelden** door voor 1 maart 1989 een bedrag als bijdrage in de kosten over te schrijven naar giro 143917 t.n.v. Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren te Amsterdam o.v.v.: HAWEX en de plaats van keuze. De bijdrage is voor leden *f* 5,– en voor niet-leden *f* 15,–.
Uitgebreider informatie wordt na aanmelding toegezonden.

Voor inlichtingen kan men zich wenden tot:
F. F. J. Gaillard, 076 - 65 32 18.

► Landelijke dag van de Werkgroep Vrouwen en Wiskunde

Sylvia van der Werf

Op 1 oktober 1988 vond de dertiende landelijke dag plaats van de *Werkgroep Vrouwen en Wiskunde.*
Op de ochtendbijeenkomst van de landelijke dag hebben wij gepraat over *toetsing*. Hoewel er verschillende manieren zijn om wiskunde-kennis te toetsen, wordt in het onderwijs over het algemeen slechts één vorm gebruikt, een proefwerk met sommen. Omdat in diverse examens (op Mavo en Lbo), de multiple choice vragen de overhand hebben, worden deze (uitgebreid) geoefend. Sommige leden van de werkgroep vragen zich niet alleen af of dit nu de juiste manier van toetsing is, zij hebben ook het gevoel dat deze manier nadelig werkt voor meisjes. Binnen de Werkgroep Vrouwen en Wiskunde zijn *alternatieve toetsvormen*, zoals het maken van werkstukken en mondelinge overhoringen, ter sprake gekomen. Een aantal docenten is van plan een andere manier van toetsen uit te proberen.
Wij zijn ook nieuwsgierig naar de *factoren* die een negatief of juist positief effect hebben op het resultaat dat meisjes bij een toets behalen. Wij denken dan aan de voorbereiding op een proefwerk, de vorm, de structuur of de tijdsduur van een toets en aan andere gemeenschappelijke kenmerken.
Op de bijeenkomst werd besloten dat we een *experiment* gaan uitvoeren waarbij een aantal docenten bij een proefwerk aan de leerlingen vraagt welk cijfer zij verwachten voor het betreffende proefwerk. Wij zijn benieuwd of er opvallende verschillen tussen jongens en meisjes zullen zijn.

's Middags werd de *videofilm* "Wiskunde moet je doen 2" gedraaid, over een gesprek tussen twee vrouwelijke schoolleiders, van wie de ene wiskundige en de ander neerlandica is. Zij hebben als schoolleiders samengewerkt op een scholengemeenschap voor volwassenen. Het gesprek gaat over de combinatie wiskunde en schoolleiderschap. In hoeverre maakt een schoolleider gebruik van haar wiskundige kennis en vaardigheden? Zij vragen zich af of deze kennis en vaardigheden van essentieel belang zijn voor de uitoefening van de functie.
Er wordt nog nader bekeken of deze videofilm geschikt is voor verspreiding op grotere schaal.
Over '*Wiskunde verplicht*' voerden wij een discussie. Het werd opnieuw duidelijk dat wij geen eensgezind standpunt kunnen innemen. Misschien komt dat ook omdat deze kwestie bij onszelf nog tegenstrijdige gevoelens oproept. Wij zijn van plan om via onze Nieuwsbrief uitgebreider aandacht te gaan besteden aan dit onderwerp.
Als laatste werd die middag het *functioneren* van de Werkgroep Vrouwen en Wiskunde besproken en een blik op de toekomst geworpen. Over het algemeen is iedereen tevreden over de structuur en het functioneren. Het is namelijk wel gebleken dat de werkgroep, naast een groot aantal leden die (af en toe) de landelijke dagen bezoeken, veel actieve vrouwen telt die de afgelopen jaren met groot enthousiasme een enorme berg werk verzet hebben.

Op *8 april 1989* zal de veertiende landelijke dag plaatsvinden. Het is gebleken dat er soms veel belangstelling is voor de landelijke dagen, wat verband houdt met de actualiteit van de onderwerpen. Daarom hebben wij besloten om één landelijke dag per jaar een meer open karakter te geven. Op 8 april zal zo'n landelijke dag plaatsvinden, die nog uitgebreid aangekondigd zal worden in diverse (vak)-tijdschriften.

Sinds 1 september 1988 heeft de werkgroep een *secretariaat/informatie- en documentatiecentrum*. Sylvia van der Werf is als medewerkster aangesteld en werkt op woensdag en vrijdag op dit centrum.

Bij het documentatiecentrum kan iedereen aankloppen voor informatie over de problematiek rond meisjes/vrouwen en wiskunde. Het adres is: Werkgroep Vrouwen en Wiskunde, Tiberdreef 4, kamer 806, 3561 GG Utrecht, tel. 030-61 28 06.

▶ Vademecum

Supplement

Het definitieve programma voor het eindexamen vwo wiskunde A en B is afgedrukt op de inlegvellen in het midden van dit nummer. Wilt u de bladzijden 15-20 van het Vademecum vervangen door de nieuwe bladzijden 15-18?
Regelingen met incidenteel karakter worden in het Vademecum niet opgenomen. Wie dus belangstelling heeft voor de huidige specificatie van het keuze-onderwerp voor wiskunde A, moet de oude bladzijde 18 bewaren.

Wijzigingen adreslijst

Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren

Ereleden
schrappen: drs. A. J. S. van Dam

Bestuur
dr. Th. J. Korthagen, voorzitter, Torenlaan 12, 7231 CB Warnsveld, 05750-23417
drs. J. W. Maassen, secretaris, Traviatastraat 132, 2555 VJ 's-Gravenhage, 070-687998
F. F. J. Gaillard, penningmeester, Jorisstraat 43, 4834 VC Breda, 076-653218
mw. A. F. S. Aukema-Schepel, tweede secretaris, Buitenplaats 77, 8212 AC Lelystad, 03200-26518
dr. J. van Lint, vice voorzitter, Hemminckmate 20, 8014 LH Zwolle, 038-651204
mw. H. Goemans-Wallis, Burgemeester Meslaan 117, 4003 CB Tiel, 03440-17918
C. Th. J. Hoogsteder, Prins Mauritshof 4, 7061 WR Terborg, 08350-24337
L. Jacobs, Heereweg 29, 9831 PA Aduard, 05903-1530
F. J. Mahieu, Dommeldal 12, 5282 WC Boxtel, 04416-73468
mw. M. Meeder, Pieter Lastmankade 32-1, 1075 KK Amsterdam, 020-6622509
gironummer 143917 t.n.v. Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren te Amsterdam

Vrouwen en Wiskunde
Vrouwen en Wiskunde, postbus 11563, 1001 GN Amsterdam
mw. S. H. van der Werf, secretariaat, Tiberdreef 4 (kamer 806), 3561 GG Utrecht, 030-612806

Euclides
drs. A. B. Oosten, voorzitter, Elzenlaan 34, 9321 GN Peize, 05908-32203
drs. M. C. van Hoorn, hoofdredacteur, postbus 9025, 9703 LA Groningen, 050-410981
mw. drs. A. Verweij, eindredacteur, Noord Rundersteeg 10, 2312 VN Leiden, 071-131028
P. E. de Roest, secretaris, Blijhamsterweg 94, 9672 XA Winschoten, 05970-22027
ir. V. Schmidt, penningmeester, Galkemaheerd 67, 9736 BG Groningen, 050-420327
drs. H. Bakker, Jan Steenstraat 11, 8932 EA Leeuwarden, 058-135976
drs. R. Bosch, Heiakker 16, 4841 CR Prinsenbeek, 076-419757
G. Bulthuis, Ganzenwei 302, 2361 XE Warmond, 01711-11969
N. T. Lakeman, Cornelis Krusemanstraat 60II, 1075 NS Amsterdam, 020-732245
mw. H. S. Susijn-van Zaale, Curaçaoweg 5, 6524 ST Nijmegen, 080-227144
A. van der Wal, Ordermolenweg 23, 7312 SC Apeldoorn, 055-551328

Inspectie lbo
A. de Jong, Schaepmanlaan 72, 9722 NW Groningen, 050-254363
kantoor: postbus 706, 9700 AS Groningen, 050-146333

Inspectie avo
dr. J. C. Nijenhuis, Langeweg 57, 4341 RE Arnemuiden, 01182-2227
kantoor: Damplein 1, 4331 GC Middelburg, 01180-34240
drs. W. Kleijne, Treverilaan 39, 7312 HB Apeldoorn, 055-550834
kantoor: Rijksinspectiekantoor, Park Voorn 4, 3454 JR De Meern, 03406-63737

CEVO

subsectie lbo-mavo
schrappen: J. Boersma
toevoegen:
dr. J. C. Nijenhuis, Damplein 1, 4331 GC Middelburg, 01180-34240

subsectie havo en vwo
wijzigen:
drs. W. Kleijne, vakcoördinator, Park Voorn 4, 3454 JR De Meern, 03406-63737

Cito

wijzigen:
H. N. Schuring, voorzitter ACD's havo B en vwo

toevoegen:
drs. C. Lagerwaard, voorzitter ACD havo A, van Wassenaarstraat 28, 2361 KJ Warmond, 01711-11019
doorkiesnummer Cito 085-521346

OW & OC

schrappen: Prof. dr. F. van der Blij
wijzigen:
dr. J. de Lange Jzn., voorzitter

Panama-Post
mw. drs. E. Feijs, hoofdredacteur, A. Matthaeuslaan 47, 3515 AP Utrecht, 030-732402

Wiskundig Genootschap

prof. dr. J. P. Murre, voorzitter, Rijksuniversiteit Leiden, Subfaculteit Wiskunde en Informatica, postbus 9512, 2300 RA Leiden, 071-277130
dr. ir. R.W. Goldbach, secretaris, Technische Universiteit Delft, Faculteit der Technische Wiskunde en Informatica, postbus 356, 2600 AJ Delft, 015-782522
dr. J.D. Stegeman, penningmeester en ledenadministratie; Rijksuniversiteit Utrecht, Mathematisch Instituut, postbus 80010, 3508 TA Utrecht, 030-531430

Nieuw Tijdschrift voor Wiskunde

is opgeheven

VVWL

schrappen: J. Vermeylen, R. Pelsmaeckers
toevoegen:
mw. A. Bentien, secretaris, Ferd. Verbiestlaan 8, B-2520 Edegem, 03-4491135
Th. Coppens, penningmeester, postbus 63, B-2080, Kapellen, 03-6647355
gironummer 000-1116247-68 t.n.v. de penningmeester van de VVWL te Kapellen

Wiskunde en Onderwijs
aanmelding van nieuwe abonnees bij de penningmeester van de VVWL

Wilt u deze wijziging met de pen ook aanbrengen op blz. 75, regel 13, en daar dus de woorden 'redactie van Euclides' vervangen door 'VVWL'?

VALO Wiskunde en Informatica (zie vorige wijziging in Euclides 1987/88, nr. 4, blz. 108)

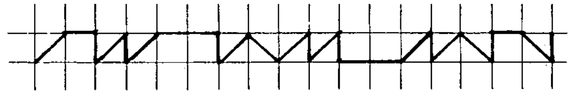
schrappen: mw. W. M. G. Querelle
vervangen door: mw. T. Dekker

● Recreatie ● ● ● ●

Nieuwe opgaven met oplossingen en correspondentie over deze rubriek aan Dr. P. G. J. Vredenduin, Dillenburg 148, 6865 HN Doorwerth.

▶ Opgave

600. Een geleedmonster is een beest dat bestaat uit uitsluitend ledematen. Hieronder is een geleedmonster met 25 ledematen getekend.

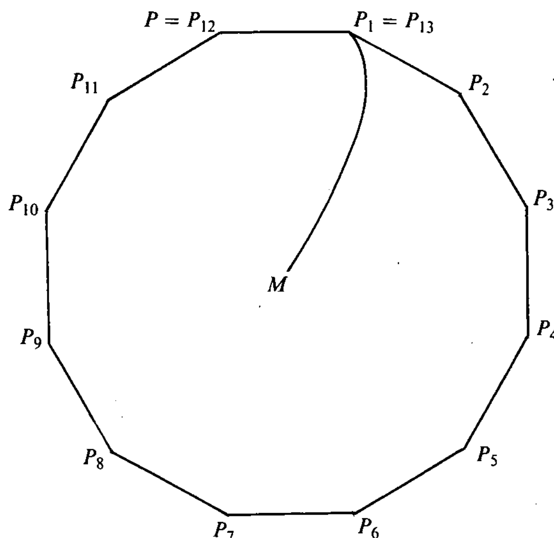


Er zijn drie soorten ledematen:
poten, in de figuur voorgesteld door verticale strepen;
armen, in de figuur voorgesteld door horizontale strepen;
stokken, in de figuur voorgesteld door strepen die schuin naar boven of naar beneden lopen.
De enige restrictie is: er mogen geen twee poten direct op elkaar volgen.
Hoeveel verschillende geleedpootmonsters met 25 ledematen zijn er mogelijk?
Men kan volstaan met een berekening voor dit speciale geval. Fraaier is een formule af te leiden voor monsters met n ledematen en dan $n = 25$ te kiezen.
(Uit een collegedictaat van de KUN, docent Wim Gielen.)

▶ Oplossing

599. Een punt P wordt onderworpen aan een serie translaties met vector $\overrightarrow{PP_1}$, $\overrightarrow{P_1P_2}$, $\overrightarrow{P_2P_3}$, ... Algemeen geldt:
$\angle(\overrightarrow{P_iP_{i+1}}, \overrightarrow{P_{i+1}P_{i+2}}) = -30°$ en $|\overrightarrow{P_{i+1}P_{i+2}}| = a|\overrightarrow{P_iP_{i+1}}|$
Gevraagd de limietstanden die bereikt kunnen worden (a variabel).

Hieronder is de situatie getekend voor $a = 1$. Het punt P blijft de hoekpunten van de regelmatige twaalfhoek doorlopen; er is geen limietstand.



Onderstel nu $0 < a < 1$. Dan krijgen we eerst een translatie met vector $\overrightarrow{PP_1}$. Dan een met vector $\overrightarrow{P_1P_2}$ (P_1, P_2,... betekenen nu de hoekpunten van de bovengenoemde twaalfhoek) en een stukje terug.

Dat stukje terug is een translatie met vector $(a-1)\overrightarrow{P_1P_2}$.

Zo krijgen we achtereenvolgens 'stukjes terug' met vector $(a^2-1)\overrightarrow{P_2P_3}$, $(a^3-1)\overrightarrow{P_3P_4}$, $(a^4-1)\overrightarrow{P_4P_5}$, $(a^5-1)\overrightarrow{P_5P_6}$, $(a^6-1)\overrightarrow{P_6P_7}$, $(a^7-1)\overrightarrow{P_7P_8} = (1-a^7)\overrightarrow{P_1P_2}$, ..., $(1-a^{12})\overrightarrow{P_6P_7}$.

Samen is dit:

$$(a-a^7)\overrightarrow{P_1P_2} + (a^2-a^8)\overrightarrow{P_2P_3} + \ldots + (a^6-a^{12})\overrightarrow{P_6P_7} =$$
$$(1-a^6)(a\overrightarrow{P_1P_2} + a^2\overrightarrow{P_2P_3} + \ldots + a^6\overrightarrow{P_6P_7}) \qquad (1)$$

Bij de volgende rondgang herhaalt dit patroon zich, maar worden daarbij alle 'stukjes terug' vermenigvuldigd met a^{12}, enz.

In totaal moeten we de uitkomst (1) dus nog vermenigvuldigen met $1 + a^{12} + a^{24} + \ldots = \dfrac{1}{1-a^{12}}$.

Waardoor we uiteindelijk krijgen

$$\frac{1}{1+a^6}(a\overrightarrow{P_1P_2} + a^2\overrightarrow{P_2P_3} + \ldots + a^6\overrightarrow{P_6P_7}) \qquad (2)$$

In totaal levert dit een translatie met vector $\overrightarrow{PP_1}$, rondgangen om de twaalfhoek met vector $\vec{o}$ en een translatie met vector (2).

De vector (2) ontbinden we in een component naar beneden en een component naar rechts. Stel gemakshalve $|\overrightarrow{PP_1}| = 1$.

De twee componenten zijn dan:

naar beneden $\dfrac{1}{1+a^6}(\frac{1}{2}a + \frac{1}{2}\sqrt{3}\cdot a^2 + a^3 + \frac{1}{2}\sqrt{3}\cdot a^4 + \frac{1}{2}a^5)$

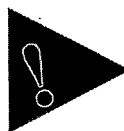
naar rechts $\dfrac{1}{1+a^6}(\frac{1}{2}\sqrt{3}\cdot a + \frac{1}{2}a^2 - \frac{1}{2}a^4 - \frac{1}{2}\sqrt{3}\cdot a^5 - a^6)$

Als $a = 0$, is het eerste beeldpunt van P het punt P_1 en zijn alle volgende beeldpunten ook P_1. P_1 is dus de limietstand. Dit is in overeenstemming met bovenstaande formules.

Als $a = 1$ leveren de formules: naar beneden $\frac{1}{2}(2 + \sqrt{3})$ en naar rechts $-\frac{1}{2}$. Zo krijgen we het middelpunt M van de twaalfhoek. Dit betekent, dat als a tot 1 nadert de limietstand nadert tot het middelpunt van de twaalfhoek.

De limietstand doorloopt dus een kromme van P_1 tot M (M wordt niet bereikt). Deze ziet er ongeveer zo uit als in de figuur is aangegeven. Hij gaat monotoon omlaag en heeft één verticale raaklijn. In welk punt deze de kromme raakt, heb ik niet kunnen vinden.

Blijft nog over het geval $a > 1$. Het is duidelijk dat er dan geen limietstand is.



Kalender

28 januari 1989: Brussel, Jaarvergadering/Studiedag VVWL vanaf 9.30 u. in de Industriële Hogeschool, Nijverheidskaai 170. Nadere inlichtingen bij Frank Laforce, tel. 09-32-3-4403194.
15 februari 1989: Utrecht, Bestuursvergadering NVvW.
3 maart 1989: op de scholen, Eerste ronde Nederlandse Wiskunde Olympiade.
4 maart 1989: Gent, Studiedag VVWL, thema: 'Hoe wiskunde geven aan leerlingen die maar twee lesuren wiskunde per week krijgen?'.
9 maart 1989: Dokkum, Geldrop, Utrecht, HAWEX-bijeenkomsten georganiseerd door de NVvW, 15.30 u.-20.00 u. Zie de mededeling van het Bestuur op blz. 152 van dit nummer.
15 maart 1989: Utrecht, Bestuursvergadering NVvW.
6 en 7 april 1989: Amsterdam, VELON-congres 'Schoolvak-in-ontwikkeling'. Zie de mededeling op blz. 141 van dit nummer.
6, 7 en 8 april 1989: Conferentie Wiskunde-didactiek 'Rekenen met breuken'. Zie de mededeling op blz. 141 van dit nummer.
8 april 1989: Veertiende landelijke dag Werkgroep Vrouwen en Wiskunde.
12 april 1989: Utrecht, Bestuursvergadering NVvW.
13, 14 en 15 april 1989: Conferentie Wiskunde-didactiek 'Zingeving van wiskunde-onderwijs'. Zie ook blz. 141 van dit nummer.
1, 2 en 3 juli 1989: Oostende, Zesde tweejaarlijks congres VVWL.

Inhoud

Adressen van auteurs

Drs. J.G.M. Donkers, p/a T.U. Eindhoven, Postbus 513, 5600 MB Eindhoven

E.G.M. van der Eijk, Lindenlaan 10, 2651 TK Berkel en Rodenrijs

F.H. Hijzen, Adm. van Gentstraat 24, 3572 XL Utrecht

G. Schoemaker, De Dissel 11, 1251 ZA Laren

A. van Streun, Gauke Boelensstraat 10, 9203 RM Drachten

H. van Tijum, Scharenhulsedijk 12, 9321 XR Peize

Mw. S.H. van der Werf, p/a Werkgroep Vrouwen en Wiskunde, Tiberdreef 4, kamer 806, 3561 GG Utrecht

G. Zwaneveld, Pres. Rooseveltlaan 149B, 6224 CK Amsterdam